UNIVERSIDADE DE TAUBATÉ
Maristela Santos Aguiar de Souza

INTEGRAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA E TRABALHO EM GRUPO: Uma abordagem equitativa para a aprendizagem de funções no Ensino Médio

Taubaté – SP

2025

Maristela Santos Aguiar de Souza

INTEGRAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA E TRABALHO EM GRUPO: Uma abordagem equitativa para a aprendizagem de funções no Ensino Médio

Dissertação apresentada à Banca de Defesa da Universidade de Taubaté para obtenção do Título de Mestre pelo Mestrado Profissional em Educação Universidade de Taubaté.
Área de Concentração: Formação Docente para a Educação Básica
Linha Pesquisa: MPE – Práticas Pedagógicas para a equidade.
Orientadora: Profa. Dra. Kátia Celina da Silva Richetto
Coorientador: Prof. Dr. Willian Jose Ferreira

Taubaté – SP

2025

Grupo Especial de Tratamento da Informação – GETI
Sistema Integrado de Bibliotecas – SIBi
Universidade de Taubaté - UNITAU

S729i Souza, Maristela Santos Aguiar de
Integração da modelagem matemática e trabalho em grupo : uma abordagem equitativa para a aprendizagem de funções no Ensino Médio / Maristela Santos Aguiar de Souza. –2025.
208 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade de Taubaté, Pró-reitoria de Pesquisa e Pós-graduação, Taubaté, 2025.
Orientação: Profa. Dra. Kátia Celina Richetto da Silva, Departamento de Matemática e Física.
Coorientação: Prof. Dr. William José Ferreira, Departamento de Matemática e Física.

1. Trabalho em Grupo. 2. Modelagem Matemática. 4. Funções. 5. PED. I. Universidade de Taubaté. Programa de Pós-graduação em Educação. II. Título.

CDD – 370

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária Luciene Lopes - CRB 8/5275

Maristela Santos Aguiar de Souza

INTEGRAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA E TRABALHO EM GRUPO: Uma abordagem equitativa para a aprendizagem de funções no Ensino Médio

Dissertação apresentada à Banca de Defesa da Universidade de Taubaté para obtenção do Título de Mestre pelo Mestrado Profissional em Educação Universidade de Taubaté.
Área de Concentração: Formação Docente para a Educação Básica
Linha Pesquisa: MPE – Práticas Pedagógicas para a equidade.
Orientadora: Profa. Dra. Kátia Celina da Silva Richetto
Coorientador: Prof. Dr. Willian Jose Ferreira

Data: 27/06/2025

Resultado: APROVADA

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Kátia Celina da Silva Richetto – Universidade de Taubaté
Assinatura____

Profº Dr. Willian José Ferreira – Universidade Taubaté
Assinatura____

Profa. Dra. Ana Maria Gimenes Corrêa Calil - Universidade de Taubaté
Assinatura____

Profa. Dra. Rita de Cássia Marques Lima de Castro - Universidade de São Paulo
Assinatura____

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, por conceder-me saúde, força e sabedoria ao longo desta jornada, iluminando meu caminho e colocando pessoas especiais que contribuíram significativamente para minha formação pessoal, acadêmica e profissional.

Ao meu esposo, Sidnei Landim de Souza, expresso minha profunda gratidão pela compreensão, paciência, carinho e amor incondicional, sendo meu alicerce e apoio constante durante todo o desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus filhos, Gabriel e Davi, agradeço pela compreensão diante das minhas ausências e pelo incentivo silencioso que me motivou a persistir nos momentos desafiadores.

À minha mãe, Marta Benedita dos Santos, a quem sou eternamente grata pelos ensinamentos sobre a importância dos estudos, pela motivação constante e por me inspirar a acreditar que, com dedicação, determinação e coragem, é possível alcançar nossos objetivos.

À minha querida orientadora, Professora Doutora Kátia Celina da Silva Richetto agradeço pelos valiosos ensinamentos, pelo compromisso, carinho e dedicação com que me orientou, contribuindo significativamente para o desenvolvimento desta pesquisa.

Ao meu Coorientador, Professor Doutor Willian José Ferreira, agradeço pelos ensinamentos e incentivos durante o desenvolvimento desta pesquisa.

Às instituições que tornaram possível a realização deste sonho: Instituto CANOA, FLUPP – Fundação Lucia & Pelerson Penido, Fundação Lemann, Stanford Graduate School of Education, PED Brasil e ao MPE – Mestrado Profissional em Educação da UNITAU, agradeço pelo apoio financeiro e institucional que viabilizou minha formação como Mestre em Educação.

Aos professores, mestres e doutores do Programa de Mestrado em Educação – MPE, agradeço pela dedicação, inspiração e incentivo à realização de uma pesquisa de qualidade. Em especial, ao Grupo de Estudos de Práticas Pedagógicas em Matemática – PPmat, coordenado pela Professora Mestre Suzana Aparecida da Veiga.

A professora Dra. Ana Maria Gimenes Corrêa Calil e a Profa. Dra. Rita de Cássia Marques Lima de Castro agradeço pela disponibilidade em compor a banca no Exame de Qualificação e na Defesa desta dissertação, cujas contribuições significativas e reflexões sobre o tema foram de grande importância para o aprimoramento deste trabalho.

Aos estudantes que participaram desta pesquisa, expresso minha sincera gratidão pela colaboração e engajamento, fundamentais para a realização deste estudo.

Por fim, agradeço aos amigos egressos do mestrado, pelo apoio e companheirismo, que tornaram esta caminhada mais leve e significativa.

“A matemática é uma disciplina linda, com ideias e conexões que podem inspirar todos os estudantes”. (Boaler, 2018, p.79).

RESUMO

Esta pesquisa, desenvolvida no âmbito do Mestrado Profissional em Educação da Universidade de Taubaté (UNITAU), vincula-se à Linha de Pesquisa: Práticas Pedagógicas para a Equidade. O estudo teve como objetivo apresentar estratégias pedagógicas que potencializem a compreensão dos estudantes desenvolvam habilidades de resolução de problemas e pensamento crítico, promovendo equidade e inclusão nas aulas de Matemática. Para tanto, propôs-se a integração da Modelagem Matemática e do trabalho em grupo no Ensino Médio, com foco na aprendizagem de função. A abordagem adotada buscou contextualizar os conteúdos matemáticos por meio da Modelagem, fomentando a colaboração, a troca de ideias e a construção coletiva do conhecimento por meio do trabalho em grupo. A pesquisa seguiu a abordagem qualitativa, centrada na análise da prática pedagógica por meio de registros em diário reflexivo de nove encontros colaborativos entre a professora pesquisadora e os estudantes. O estudo foi realizado com 29 estudantes do Ensino Médio em uma escola pública do Vale do Paraíba (SP). Durante os encontros, utilizou-se a metodologia do Programa de Especialização Docente (PED Brasil), que regulamenta o trabalho em grupo com atribuição de papéis específicos para cada integrante, visando à participação igualitária de todos os estudantes e, consequentemente, favorecendo a equidade na educação. A análise dos dados foi conduzida com base na metodologia de Análise de Conteúdo, conforme proposta por Bardin. Os resultados indicaram que a articulação entre modelagem matemática e o trabalho em grupo favorece a aprendizagem conceitual, o engajamento estudantil e o desenvolvimento de competências socioemocionais. A investigação da minha própria prática docente, realizada por meio de registros em diário de bordo e gravações em vídeo das aulas de Matemática, possibilitou uma reflexão crítica sobre as metodologias empregadas, promovendo o desenvolvimento profissional e a ressignificação do processo de ensino - aprendizagem. Como produto da pesquisa, foi elaborado um e-book contendo as atividades aplicadas, reflexões pedagógicas e sugestões para replicação em outros contextos educacionais. Este material visa contribuir para o compartilhamento de práticas inovadoras e equitativas no ensino da Matemática, alinhando-se às diretrizes do Objetivo de Desenvolvimento Sustentável (ODS) 4, que propõe uma educação inclusiva, equitativa e de qualidade para todos.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino Médio. Trabalho em Grupo. Modelagem Matemática. Funções. PED Brasil.

ABSTRACT

This research, developed within the Professional Master's Program in Education at the University of Taubaté (UNITAU), is linked to Research Line: Pedagogical Practices for Equity. The study aimed to present pedagogical strategies that enhance students' understanding, develop problem-solving skills, and critical thinking, promoting equity and inclusion in mathematics classes. To this end, the integration of Mathematical Modeling and group work in high school was proposed, with a focus on functional learning. The adopted approach sought to contextualize mathematical content through Modeling, fostering collaboration, the exchange of ideas, and the collective construction of knowledge through group work. The research followed a qualitative approach, focusing on analyzing pedagogical practice through reflective journal entries from nine collaborative meetings between the research teacher and the students. The study was conducted with 29 high school students at a public school in Vale do Paraíba, São Paulo. During the meetings, the methodology of the Teacher Specialization Program (PED Brasil) was used, which regulates group work with specific roles assigned to each member, aiming for equal participation of all students and, consequently, promoting equity in education. Data analysis was conducted based on the Content Analysis methodology proposed by Bardin. The results indicated that the articulation of mathematical modeling and group work favors conceptual learning, student engagement, and the development of socio-emotional skills. The investigation of my own teaching practice, conducted through logbook entries and video recordings of Math classes, enabled critical reflection on the methodologies employed, promoting professional development and the redefinition of the teaching-learning process. As a result of the research, an e-book was created containing the applied activities, pedagogical reflections, and suggestions for replication in other educational contexts. This material aims to contribute to the sharing of innovative and equitable practices in the teaching of Mathematics, in line with the guidelines of Sustainable Development Goal (SDG) 4, which proposes inclusive, equitable and quality education for all.

KEYWORDS: High School. Group Work. Mathematical Modeling. Functions. Teaching Practice. PED Brazil.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE SIGLAS

BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Curricular Comum
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior
CEP	Comitê de Ética em Pesquisa
EJA	Educação de Jovens e Adultos
E	Estudantes
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
MPE	Mestrado Profissional em Educação da Universidade de Taubaté
ODS	Objetivos de Desenvolvimentos Sustentáveis
ONU	Organização das Nações Unidas
PED	Programa de Especialização Docente
PIB	Produto Interno Bruto
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
PPMat	Grupo de Estudos Práticas Pedagógicas em Matemática
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
UNITAU	Universidade de Taubaté

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO DO MEMORIAL

Trajetória Pessoal e Profissional

Neste memorial de vivências e experiências, encontro a oportunidade de recordar minha própria jornada e também de me conectar profundamente com as lembranças e narrativas que moldam aqueles ao meu redor. Josso (2004, p.68) aponta que os memoriais podem ser: *"Possibilidade de recordar-se de si mesmo, numa partilha com outros, bem como na diferenciação e na identificação com as recordações dos outros"*. A autora enfatiza que a escrita autobiográfica não apenas permite ao indivíduo revisitar e compreender sua própria trajetória, mas também facilita a conexão com as experiências e memórias alheias. Essa prática promove tanto a diferenciação quanto a identificação entre os sujeitos, enriquecendo o processo de formação pessoal e profissional.

No contexto educacional, especialmente na formação docente, os memoriais de formação são ferramentas valiosas. Eles possibilitam que os educadores reflitam sobre suas experiências, escolhas pedagógicas e interações com outros profissionais, contribuindo para a construção de práticas pedagógicas mais conscientes e fundamentadas. A escrita e o compartilhamento dessas narrativas promovem uma compreensão mais profunda de si e dos outros, fortalecendo a identidade profissional e pessoal dos educadores.

Eu sou Maristela Santos Aguiar de Souza, professora, pesquisadora, mãe, filha e esposa, moradora de uma pequena cidade do interior paulista. Tenho 41 anos e há 18 anos me dedico à docência. Desde a infância, a educação sempre esteve presente em minha vida, influenciada pela minha mãe, uma dedicada professora de educação infantil. Acompanhá-la à escola tornou-se rotina, e aquele ambiente se tornou familiar para mim. Fui alfabetizada por ela e, desde então, o desejo de me tornar educadora cresceu em mim. Minha trajetória pessoal é profundamente influenciada pela dedicação de minha mãe e do meu marido, que também é professor de matemática, moldou minha visão sobre a importância da educação como ferramenta transformadora. Minha família sempre foi meu alicerce, é com apoio deles que sigo perseguindo meus sonhos e objetivos.

Essa vivência familiar me proporcionou uma base na qual ajudou a construir minha própria identidade como educadora. Por meio das experiências compartilhadas, aprendi a valorizar a educação como uma ferramenta transformadora e a entender que meu papel como professora vai além da mera transmissão de conhecimento. Ser educadora é ser guia facilitadora e inspiradora do desenvolvimento dos alunos, auxiliando-os em sua jornada de aprendizado e crescimento. Nas palavras de Marcelo (2009, p.11):

> A identidade profissional é a forma como os professores definem a si mesmo e aos outros. É uma construção do seu eu profissional, que evolui ao longo da sua carreira docente e que pode ser influenciada pela escola, pelas formas e contextos políticos, que integra o compromisso pessoal, a disponibilidade para aprender a ensinar, as crenças, valores, o conhecimento sobre as matérias que ensinam, as experiências passadas, assim como a própria vulnerabilidade profissional.

Essa compreensão vai ao encontro da minha prática pedagógica, na qual procuro conhecer não apenas o desempenho acadêmico dos estudantes, mas também suas histórias, interesses e contextos de vida. Esse olhar individualizado tem guiado minhas ações em sala de aula, permitindo-me estabelecer vínculos afetivos e desenvolver estratégias que atendam às diferentes formas de aprender.

A afetividade sempre esteve presente na minha carreira docente, intensificando-se após o nascimento do meu primeiro filho em 2012. Ser mãe me tornou mais sensível às necessidades dos meus alunos, fazendo com que eu me preocupasse ainda mais com seu aprendizado e bem-estar. Sempre procurei criar um ambiente acolhedor e seguro, onde meus alunos se sentissem confortáveis para expressar suas dúvidas e dificuldades. Acredito que a relação afetiva entre professor e aluno é essencial para uma aprendizagem significativa. Na perspectiva de Weinsten e Novodvorsky (2015, p. 102) "Conhecer os alunos significa reconhecer e apreciar as maneiras pelas quais cada indivíduo é único", as autoras ressaltam a importância fundamental de reconhecer a singularidade de cada aluno no contexto educacional.

Trajetória Profissional Docente

Minha primeira experiência como docente ocorreu na Escola Estadual Padre Chico, durante meu estágio supervisionado no terceiro ano da faculdade. Na ocasião, foi-me oferecida uma vaga de professora eventual, que aceitei com entusiasmo. Substituir professores em diversas áreas do conhecimento foi um desafio que exigiu adaptação rápida e flexibilidade, especialmente ao lidar com alunos desrespeitosos. Como professora iniciante, essa vivência foi bastante desagradável e, em determinados momentos, levou-me a questionar minha permanência na profissão.

Essa sensação é comum no início da carreira docente e está relacionada ao que Huberman (1992, p. 39), em "O ciclo da vida profissional dos professores", denomina fase de "sobrevivência", também conhecida como "choque da realidade", caracterizada pelo esforço em aprender a ensinar enquanto se busca estabelecer autoridade e desenvolver competências pedagógicas. Apesar das dificuldades, essa experiência inicial serviu como preparação para desafios futuros, fortalecendo minha resiliência e determinação.

Em 2007, concluí minha graduação em Matemática e, em 2008, efetivei-me na rede municipal de São Luiz do Paraitinga. Lecionar na EMEF Joaquim Ribeiro de Almeida, uma escola rural, possibilitou-me desenvolver um trabalho mais efetivo e conhecer profundamente meus alunos. Foi um período de intenso crescimento pessoal e profissional. Desenvolvi novas metodologias de ensino, jogos e atividades matemáticas que contextualizavam os conteúdos matemáticos para os alunos, tornando-o mais significativo em suas vidas. O apoio recebido da equipe gestora e no ambiente acolhedor da escola criaram condições favoráveis para que eu pudesse experimentar, inovar e amadurecer como educadora. Essa vivência confirma o que Marcelo (2009) descreve sobre o desenvolvimento profissional docente: um processo exigente e desafiador, que requer esforço contínuo para se tornar um professor eficaz e manter essa eficácia ao longo do tempo. Minha prática nesse contexto demonstrou a importância das experiências vividas no cotidiano escolar e das ações diretamente ligadas à sala de aula como caminhos efetivos para o crescimento profissional.

Em 2014, efetivei-me como professora de Matemática na Escola Estadual Padre Chico, instituição na qual realizei minha trajetória escolar, uma experiência ao mesmo tempo emocionante e desafiadora. Lecionar para o ensino médio trouxe novas responsabilidades e oportunidades de desenvolvimento profissional. Participei de diversos cursos de formação continuada, os quais contribuíram para o aprimoramento da minha prática docente. Passei a compreender a importância de não apenas transmitir conhecimentos, mas também de auxiliar os alunos na construção do próprio saber, assegurando que todos tenham oportunidades equitativas de aprendizado e desenvolvimento ao longo do processo educacional.

Durante minha atuação na rede estadual, percebi a necessidade de adaptar-me a um novo público, o que trouxe uma dimensão ampliada à minha responsabilidade social enquanto educadora. Meus alunos deixaram de ser meros rostos na sala de aula para se tornarem parte integrante da minha comunidade, vizinhos e amigos com os quais compartilho vínculos sociais.

Acredito na importância da interdisciplinaridade e na adaptação dos conteúdos às realidades dos estudantes, buscando conectar a Matemática ao mundo para além dos muros escolares. Nesse novo cenário, tornou-se imprescindível inspirar meus alunos não apenas por meio do conhecimento disciplinar, mas também por meio da compreensão das políticas sociais e dos acontecimentos globais. Nesse sentido, Shulman (2014, p. 217) ressalta: “Como professores, também lutamos para equilibrar nossos objetivos de nutrir a excelência individual com finalidades mais gerais, que envolvem igualdade de oportunidades e equidade entre os alunos de diferentes históricos e culturas". Essa reflexão fortalece meu compromisso em fazer da sala de aula um espaço no qual todos os alunos possam se reconhecer como sujeitos ativos de seu próprio aprendizado.

Compreender a realidade singular de cada estudante e buscar estratégias pedagógicas que promovam a equidade são passos fundamentais para que o ensino da Matemática deixe de ser uma barreira e se torne uma ferramenta de emancipação. Ao integrar a Matemática a contextos reais e incentivar o trabalho colaborativo, procuro não apenas desenvolver habilidades cognitivas, mas também contribuir para a formação de cidadãos críticos e participativos.

Minhas experiências passadas e presentes com o estudo da matemática

Minha trajetória com a matemática sempre foi impulsionada pela busca por entendimento e significado. Inicialmente, via a disciplina como a arte de resolver cálculos desafiadores, o que me proporcionava prazer e motivação. No entanto, ao ingressar na graduação, passei a refletir sobre a matemática de forma mais ampla, reconhecendo que a simples mecanização dos cálculos não faz sentido para todos os alunos. Essa percepção reforçou minha preocupação em tornar o aprendizado mais acessível e significativo. Durante minha formação, tive professores tradicionais que seguiam rigidamente o currículo, priorizando a disciplina e a memorização de fórmulas, sem aprofundar os conceitos matemáticos. Sempre tive autonomia na resolução de problemas e ajudava meus colegas, mais percebi que essa abordagem poderia limitar o engajamento e a compreensão dos estudantes.

Minhas experiências com o estudo da matemática têm sido cada vez mais motivadoras, desde os primeiros anos de escolaridade até o Mestrado. Para mim, a matemática sempre foi mais do que números e fórmulas: é uma ferramenta para entender o mundo e um desafio intelectual estimulante, nas palavras de Boaler, (2018, p. xv) "A matemática é uma disciplina muito ampla e multidimensional, e requer raciocínio, criatividade, estabelecimento de conexões e interpretação de métodos; ela é um conjunto de ideias que ajudam a iluminar o mundo e está em constante mudança".

Após concluir minha graduação, sempre mantive o desejo de ingressar em um Mestrado em Matemática. Agora, com essa oportunidade concretizada, tenho me dedicado às leituras e referenciais teóricos propostos pelos professores, além de valorizar a interação e a troca de experiências com meus colegas cursistas e os professores. A participação ativa no

Grupo de Estudos Práticas Pedagógicas em Matemática PPMat tem sido fundamental para o meu desenvolvimento profissional. Essa experiência está me auxiliando a promover mudanças significativas na minha prática docente, Nesse sentido conforme argumenta Marcelo (2009, p. 16):

> O desenvolvimento profissional pretende provocar mudanças nos conhecimentos e crenças dos professores. Por sua vez, a mudança nos conhecimentos e crenças provocam uma alteração das práticas docentes em sala de aula e, consequentemente, uma provável melhoria nos resultados da aprendizagem dos alunos.

A citação evidencia a relação direta entre a formação continuada e a transformação da prática educativa, ressaltando que a qualificação docente não se limita à aquisição de novos saberes, mas implica em um processo de ressignificação das concepções pedagógicas, com impactos positivos na aprendizagem discente.

Com o início do Mestrado, minha perspectiva se ampliou, reforçando a necessidade de tornar a disciplina significativa para todos os alunos. Em especial, passei a refletir sobre o papel do trabalho em grupo na promoção da equidade em sala de aula. Embora já utilizasse atividades em grupo para apresentações de seminário e para explanação de um conteúdo novo, ou para alguma atividade prática, percebi que essas dinâmicas poderiam ser mais estruturadas e intencionais. Inspirada no modelo do Programa de Especialização Docente (PED Brasil), passei a propor atividades que estimulam não apenas a reflexão e a criatividade, mas também a participação equitativa dos estudantes por meio da distribuição de papéis dentro dos grupos. Esse modelo tem sido essencial para desenvolver nos alunos uma mentalidade matemática mais ampla, ajudando-os a enxergar a matemática como um conjunto de ideias interconectadas. Nesse sentido, Boaler (2018, p. 32) destaca que “quando os estudantes veem a matemática como um conjunto de ideias e relações e seu papel como o de pensar sobre ideias e dar sentidos para elas, eles desenvolvem uma mentalidade matemática”.

Minha abordagem pedagógica se diferencia do modelo tradicional ao priorizar atividades lúdicas e práticas que estimulam a criatividade e a colaboração entre os alunos. No mestrado, aprofundei essa perspectiva, buscando estratégias que tornassem o aprendizado mais dinâmico e, ao mesmo tempo, promovessem a equidade em sala de aula. Ao estruturar o trabalho em grupo de forma reflexiva e intencional, procuro garantir que todos os alunos tenham voz e oportunidades iguais de participação, reconhecendo e valorizando suas diferentes realidades e formas de aprender. Nesse sentido, Cohen e Lotan (2017) destacam que a adoção de grupos equitativos e intelectualmente rigorosos em salas de aula heterogêneas tem se mostrado uma abordagem eficiente e produtiva para professores comprometidos em oferecer um ensino de qualidade.

Essa preocupação torna se ainda mais relevante no Ensino Médio, uma fase em que muitos estudantes se sentem desmotivados ou distantes do conteúdo escolar. Criar conexões entre a matemática e o cotidiano, tornando-a mais acessível e significativa, é essencial para cativar esses alunos e mostrar que o aprendizado pode ser um processo envolvente e transformador.

Ao refletir sobre os acontecimentos marcantes de minha trajetória pessoal e profissional, percebo como essas experiências moldaram minha identidade tanto como educadora quanto como ser humano. Esse exercício de autoanálise me permitiu reconhecer conquistas e desafios, ao mesmo tempo em que reafirmou meu compromisso com a melhoria contínua na prática docente. Embora reconheça minhas fragilidades, mantenho uma busca constante por conhecimento e aprimoramento. Apesar de ter sido incentivada a seguir outra carreira na área de exatas, escolhi a educação, pois acredito em seu poder transformador. Espero que minha narrativa não apenas revele minha trajetória profissional, mas também inspire uma reflexão crítica sobre a importância da equidade e da qualidade no ensino. Que este relato não seja apenas um registro do passado, mas um chamado à ação para construir um futuro no qual todos os alunos tenham acesso a uma educação de qualidade, independentemente de suas circunstâncias. Cada passo adiante deve ser guiado pelo compromisso de criar um ambiente de aprendizagem inclusivo, equitativo e de qualidade para todos.

1 INTRODUÇÃO

Esta dissertação propõe uma abordagem pedagógica voltada para uma aprendizagem matemática significativa e equitativa no Ensino Médio, reconhecendo a importância da contextualização e das diversas formas de aprender presentes nas salas de aula. Parte-se da premissa de que todos os estudantes têm potencial para aprender Matemática, embora sigam caminhos e ritmos distintos. A pesquisa, nesse contexto, investigou como a articulação entre modelagem matemática e trabalho em grupo com funções definidas pode tornar as aulas mais inclusivas, colaborativas e conectadas à realidade dos alunos.

Neste trabalho, a modelagem matemática é entendida como um processo investigativo que possibilita aos estudantes explorarem situações do cotidiano com o apoio de conceitos matemáticos, promovendo o desenvolvimento de competências técnicas, cognitivas e sociais. Conforme destacam Biembengut e Hein (2023), essa abordagem estimula o protagonismo dos estudantes, ao incentivá-los a formular hipóteses, propor soluções e testar possibilidades diante de problemas reais. Ao se apropriarem dessas estratégias de resolução, os alunos tornam-se participantes ativos na construção do conhecimento, estabelecendo vínculos significativos entre a Matemática escolar e suas experiências fora da sala de aula.

Ao promover a articulação entre teoria e prática em contextos reais, essa abordagem configura-se como uma estratégia pedagógica relevante para personalizar o processo de ensino e aprendizagem. Alinha-se, assim, aos princípios do Objetivo de Desenvolvimento Sustentável 4, proposto pela Organização das Nações Unidas (2015), que busca garantir uma educação inclusiva, equitativa e de qualidade para todos.

Distanciando-se da metodologia tradicional centrada no professor, esta pesquisa buscou compreender como a modelagem pode ser implementada de forma a envolver os estudantes em experiências significativas, que valorizem seus saberes e incentivem sua participação. Van de Walle (2009, p. 9) ressalta que “os alunos desenvolvem compreensão e habilidades matemáticas de forma mais eficiente quando têm a oportunidade de explorar novas ideias, construir e defender soluções para problemas e participar de uma comunidade de aprendizagem matemática”. Nesse sentido, a combinação entre modelagem e práticas colaborativas, como o trabalho em grupo com funções específicas, contribui para a aprendizagem de conceitos matemáticos, ao mesmo tempo em que promove a equidade e a inclusão, reconhecendo as diferentes realidades dos estudantes.

Para romper com uma visão mecanicista da Matemática, frequentemente associada à repetição de regras e cálculos descontextualizados, esta pesquisa adotou estratégias investigativas que favorecem a descoberta, a construção ativa do conhecimento e a valorização do raciocínio. Com a realização de atividades baseadas em padrões do cotidiano, tornou-se possível aproximar o conteúdo escolar das vivências dos alunos, promovendo maior engajamento.

A valorização do convívio social pelos estudantes do Ensino Médio e a compreensão da escola como espaço de interação justificam a incorporação da aprendizagem em grupo como elemento central da proposta. Como afirmam Ponte, Brocardo e Oliveira (2019, p. 23), "o envolvimento ativo do aluno é condição fundamental da aprendizagem". Para os autores, esse envolvimento ocorre quando o estudante mobiliza seus recursos cognitivos e afetivos em direção a um objetivo, o que pode ser favorecido por investigações que o envolvam na formulação de questões e na busca por soluções.

Esta proposta, inspirada no Programa de Especialização Docente (PED Brasil), articulou a modelagem matemática à organização de grupos heterogêneos com funções definidas. Essa combinação visou promover maior equilíbrio nas interações e ampliar as oportunidades de participação. Segundo Cohen e Lotan (2017), esse tipo de estrutura favorece a troca de conhecimentos entre estudantes com diferentes níveis de proficiência, contribuindo para um ambiente de aprendizagem mais inclusivo e colaborativo.

Ao compreender que a Matemática é uma linguagem conectada ao mundo, rompe-se com o ensino baseado na memorização e abre-se espaço para a construção de significados. Boaler (2018) aponta que muitos estudantes não reconhecem a Matemática como uma disciplina criativa, cheia de conexões e aplicações, enxergando-a apenas como um conjunto de tarefas a serem cumpridas. Essa percepção evidencia um desafio recorrente na educação matemática, especialmente diante do perfil dos estudantes atuais, inseridos em uma cultura digital interativa e dinâmica.

Embora muitas vezes pareçam distantes dos interesses dos alunos, os conteúdos escolares despertam curiosidade e engajamento quando apresentados por meio de atividades que estimulem o pensamento e valorizem a participação. Transformar a sala de aula em um ambiente de investigação e descoberta permite revelar a Matemática como um campo dinâmico, interligado e significativo, favorecendo o desenvolvimento de uma postura crítica e autônoma diante do conhecimento.

A diversidade presente no Ensino Médio se expressa em diferentes trajetórias de vida, repertórios culturais e condições socioeconômicas, o que torna necessário adotar a equidade como princípio orientador das práticas pedagógicas. A Matemática, por ocupar uma posição central no currículo, pode ampliar ou restringir oportunidades, dependendo da forma como é ensinada. Nessa perspectiva, Skovsmose (2000) argumenta que o ensino da Matemática deve ser guiado por uma abordagem crítica, que leve em consideração o contexto social dos estudantes e incentive sua participação ativa e significativa. Para o autor, ensinar Matemática é também um ato político, com potencial para contribuir com processos de inclusão ou de exclusão educacional.

A atuação docente precisa, portanto, reconhecer e valorizar a diversidade dos sujeitos, adotando estratégias mais contextualizadas e acessíveis. As contribuições de Boaler (2018) e Skovsmose (2000) são fundamentais nesse debate, ao mostrarem que promover equidade no ensino da Matemática não significa oferecer os mesmos recursos para todos, mas sim reconhecer as diferenças e criar oportunidades que respeitem as singularidades de cada estudante. Essa compreensão também está presente na Base Nacional Comum Curricular (BNCC, BRASIL, 2018, p. 15), ao destacar que "o planejamento do trabalho anual das instituições escolares [...] deve levar em consideração a necessidade de superação dessas desigualdades", reconhecendo que os estudantes possuem necessidades distintas.

Ao integrar a modelagem matemática ao trabalho em grupo com foco na equidade, esta pesquisa busca refletir teoricamente sobre as práticas pedagógicas e também oferecer contribuições concretas para sua implementação em sala de aula. A proposta investigada demonstrou potencial para ampliar a compreensão dos estudantes sobre a Matemática e para promover um ambiente de aprendizagem mais justo, participativo e transformador.

Por fim, ressalta-se que a colaboração entre estudantes constitui um elemento essencial tanto para o desenvolvimento da aprendizagem matemática quanto para o aprimoramento da prática docente. Segundo Cohen e Lotan (2017) a implementação do trabalho em grupo nas aulas tem se mostrado eficiente ao incentivar a cooperação e tornar o ambiente escolar mais dinâmico. Ao envolver os estudantes e apoiar a construção de práticas pedagógicas mais inclusivas, essa abordagem contribui para transformar a maneira como a Matemática é ensinada e aprendida. Essas discussões serão aprofundadas no Capítulo 2 desta dissertação.

1.1 Relevância do Estudo / Justificativa

Esta pesquisa está vinculada à linha de pesquisa Práticas Pedagógicas para a Equidade do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Educação da Universidade de Taubaté (MPE/UNITAU) e tem como tema a integração da modelagem matemática e do trabalho em grupo como abordagem equitativa para a aprendizagem de funções no Ensino Médio. O estudo destaca a combinação dessas duas estratégias pedagógicas como recurso para o ensino de funções aos estudantes desse nível de ensino.

Além disso, esta pesquisa tem como foco a investigação da prática docente por meio da aplicação de uma nova metodologia de trabalho em grupo, proposta pelo Programa de Especialização Docente (PED Brasil). Essa abordagem é especialmente relevante para o ensino de Matemática, pois se fundamenta nos princípios da justiça social, da excelência e da equidade. Nesse contexto, a metodologia é considerada um instrumento essencial para promover “a aprendizagem de alto nível em salas de aula heterogêneas”, conforme defendido por Cohen, Lotan, Scarloss e Arellano (1999, p. 89).

A justificativa deste estudo baseia-se na necessidade de metodologias que promovam o engajamento dos estudantes e tornem o ensino de Matemática mais acessível e significativo. A modelagem matemática de funções, por estabelecer conexões entre conceitos abstratos e situações reais, aliada ao trabalho em grupo, que estimula habilidades como a colaboração e a resolução de problemas, configura-se como uma abordagem promissora para qualificar o ensino e a aprendizagem no Ensino Médio.

As persistentes desigualdades educacionais no Ensino Médio, particularmente entre estudantes de contextos socioeconômicos distintos, evidenciam a necessidade de práticas pedagógicas voltadas à equidade. A modelagem matemática, por seu caráter prático e contextualizado, contribui para reduzir essas disparidades e promover uma educação mais justa e equitativa.

Além disso, esta pesquisa dialoga com o Objetivo de Desenvolvimento Sustentável 4 da ONU (2015), que propõe assegurar uma educação inclusiva, equitativa e de qualidade para todos. Ao investigar práticas pedagógicas inovadoras, o estudo contribui tanto para a melhoria do ensino de Matemática quanto para o fortalecimento de uma educação transformadora, comprometida com o desenvolvimento social sustentável.

1.2 Delimitação do Estudo

A pesquisa foi conduzida por meio da implementação prática de atividades de resolução de problemas envolvendo funções, fundamentadas na modelagem matemática e no trabalho em grupo. A coleta de dados incluiu registros fotográficos e de vídeo, das atividades desenvolvidas, alinhadas à metodologia do Programa de Especialização Docente (PED Brasil). A aplicação ocorreu durante as aulas de Matemática com uma turma da 2ª série do

Ensino Médio da Escola Estadual Padre Chico, situada na região central do município de Lagoinha, no Vale do Paraíba Paulista.

Essa instituição oferece ensino regular e atende 509 estudantes, distribuídos entre os anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano), com 285 matrículas, e o Ensino Médio, com 210 alunos nos turnos matutino e vespertino. No período noturno, a escola oferta 14 vagas na modalidade de Educação de Jovens e Adultos (EJA), sendo a única escola estadual do município. A amostra da pesquisa é composta por 29 estudantes da 2ª série do Ensino Médio.

De acordo com dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2022), o município de Lagoinha apresenta uma população de 5.083 habitantes, distribuída em uma área territorial de 255,472 km². Observa-se que a maior parte dessa extensão corresponde à zona rural, cuja dinâmica econômica está fortemente vinculada à produção agrícola e à pecuária leiteira, atividades que configuram a base produtiva local. No que se refere aos indicadores socioeconômicos, o Produto Interno Bruto (PIB) per capita do município, referente ao ano de 2021, foi estimado em R$ 15.150,97. Já a densidade demográfica, de 19,90 habitantes por km², evidencia um território caracterizado pela baixa concentração populacional, o que reforça sua predominância rural e o perfil socioeconômico associado a pequenas localidades do interior paulista.

1.3 Problema

Muitos estudantes apresentam dificuldades significativas na disciplina de Matemática e, em sua maioria, demonstram desmotivação, considerando os conteúdos pouco atrativos e excessivamente complexos. Em geral, percebem a Matemática como um campo restrito a cálculos, raciocínio lógico, procedimentos e regras. Essa concepção pode estar relacionada ao uso inadequado de estratégias pedagógicas na abordagem dos conteúdos em sala de aula. Nesse contexto, Boaler (2018, p. 21) observa:

> Os estudantes raramente pensam que estão na aula de matemática para apreciar a beleza da disciplina, para fazer perguntas profundas, para explorar o rico conjunto de conexões que compõem a matéria, ou mesmo para aprender sobre a aplicabilidade dela. Eles acham que estão nas aulas de matemática para executar tarefas.

A reflexão da autora evidencia que a visão limitada dos estudantes sobre a Matemática não é apenas resultado de dificuldades individuais, mas de um processo de ensino que tende a reduzir a disciplina a práticas mecânicas e desprovidas de sentido. Dessa forma, para superar essa percepção equivocada, o professor precisa explorar novas abordagens pedagógicas e se familiarizar com práticas inovadoras. É fundamental adotar uma proposta de ensino contextualizada e dinâmica, que facilite a compreensão dos conteúdos e contribua para que o estudante desenvolva o conhecimento necessário para atuar como um cidadão crítico, capaz de compreender os contextos em que está inserido.

Nessa perspectiva, a questão norteadora dessa pesquisa será: Como a Modelagem Matemática de funções, no Ensino Médio, aliado ao trabalho em grupo, pode ser adaptada para tornar as aulas de matemática mais acessíveis e envolventes para alunos com diferentes níveis de habilidade e experiência na disciplina?

A questão proposta envolve a investigação de estratégias pedagógicas que possibilitem a participação de todos os estudantes nas atividades de modelagem matemática, independentemente de seu histórico ou desempenho prévio na disciplina.

1.4 Objetivos

Esta pesquisa, baseada na investigação da própria prática e no compromisso com uma educação Matemática equitativa, tem os seguintes objetivos:

1.4.1 Objetivo Geral

O objetivo deste trabalho é apresentar estratégias para potencializar a compreensão dos estudantes, desenvolver suas habilidades de resolução de problemas e pensamento crítico, promovendo equidade e inclusão nas aulas de Matemática. Para isso, propõe-se a integração da Modelagem Matemática e do trabalho em grupo no Ensino Médio, visando à aprendizagem de funções. Essa abordagem busca contextualizar os conteúdos matemáticos por meio da modelagem e fomentar a colaboração, a troca de ideias e a construção coletiva do conhecimento por meio do trabalho em grupo.

1.4.2 Objetivos Específicos

- Elaborar e implementar atividades de Modelagem Matemática focadas no ensino de funções no Ensino Médio, integrando estratégias de trabalho em grupo que promovam a colaboração entre estudantes com diferentes níveis de habilidade Matemática, visando à equidade e à inclusão no processo de aprendizagem.
- Investigar os resultados da integração da Modelagem Matemática e do trabalho em grupo na compreensão de funções pelos estudantes, identificando desafios e propondo soluções para efetivar essa abordagem nas aulas de Matemática, analisando

como essa abordagem contribui para o engajamento dos estudantes e a promoção de práticas educacionais equitativas.

- Elaborar um e-book contendo as atividades e estratégias aplicadas**,** acompanhado de orientações e reflexões sobre sua implementação, com o objetivo de fornecer um recurso acessível a outros educadores interessados em adotar práticas pedagógicas equitativas no ensino de funções.

1.5 Organização do Trabalho

Com o objetivo de atender às finalidades propostas, esta pesquisa foi organizada em: Introdução, Revisão de Literatura, Metodologia, Resultados Esperados e Divulgação, Referências, Apêndices e Anexos.

A Introdução subdivide-se em cinco subseções: Problema, Objetivos Geral, Objetivos Específicos, Delimitação do Estudo, Relevância do Estudo/Justificativa e Organização do Trabalho.

A Revisão de Literatura apresentará um panorama das pesquisas recentes sobre os conceitos de Modelagem Matemática e investigação da própria prática. Abordará também pontos relevantes referentes aos temas de pesquisa.

A metodologia subdivide-se em quatro subseções: População, Instrumentos de Pesquisa, Procedimentos para Coleta de Dados e Procedimentos para Análise dos Dados.

Em seguida, apresentam-se análise e discussão dos Resultados, seguido da conclusão e Referências. Nos Apêndices constam os instrumentos elaborados pela pesquisadora e Anexos que são documentos exigidos pela Universidade de Taubaté.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Esta revisão de literatura tem como objetivo apresentar a base teórica que sustenta as discussões e propostas desta pesquisa. A fundamentação é construída a partir de autores consagrados nas áreas abordadas, como Barbosa (2001), Bassanezi (2015), Cohen e Lotan (2017), Ponte (2008), Weinstein e Novodvorsky (2015), Boaler (2018) e Van de Walle (2009), compondo um alicerce sólido para a abordagem investigada.

A abordagem fica em torno dos seguintes temas: modelagem matemática; trabalho em grupo, com base na metodologia do Programa de Especialização Docente (PED Brasil); aprendizagem de funções no Ensino Médio; equidade e inclusão no contexto educacional; e investigação da própria prática docente. Além disso, serão apresentados os principais achados de pesquisas correlatas que dialogam com as questões centrais deste estudo.

2.1 O Papel da Modelagem Matemática na Construção de Conhecimentos Matemáticos

A educação Matemática no Brasil enfrenta desafios significativos, refletidos nos baixos índices em avaliações como o SAEB (Brasil, 2021) e o PISA (Brasil, 2022). Muitos alunos têm dificuldades com operações básicas e interpretação de gráficos, o que impacta suas habilidades lógicas e analíticas. Melhorar esses índices exige esforços conjuntos de educadores, gestores e políticas públicas. Capacitação de professores, metodologias eficientes e programas de apoio são essenciais. Refletir sobre a prática docente, como sugere Ponte (2002), pode identificar potencialidades e dificuldades, permitindo aperfeiçoamento contínuo e uso de novas metodologias.

Boaler (2018) enfatiza que a Matemática é um fenômeno cultural fundamental para a compreensão do mundo, destacando a importância de uma educação Matemática na sociedade. Nesse contexto, os docentes buscam constantemente estratégias pedagógicas que não apenas transmitam conhecimentos matemáticos, mas também evidenciem sua aplicabilidade no cotidiano, promovendo a equidade e a participação ativa dos estudantes. No Ensino Médio, onde as desigualdades educacionais são particularmente evidentes, a Modelagem Matemática configura-se como uma abordagem potente para enfrentar esses desafios de forma significativa e eficiente.

Barbosa (2001) discute a modelagem como um ambiente de aprendizagem, explorando suas interações com a Matemática e outras áreas do conhecimento, além de destacar a necessidade de sua incorporação nos currículos das licenciaturas em Matemática. Essa abordagem amplia as possibilidades de ensino ao estabelecer conexões entre conceitos matemáticos e contextos reais, favorecendo uma aprendizagem mais significativa.

A Modelagem Matemática tem se mostrado uma poderosa aliada no processo de ensino-aprendizagem, por meio de definições, aplicações e potencialidades que favorecem a construção do conhecimento. Trata-se de uma estratégia que permite aos estudantes transformar problemas do mundo real em representações matemáticas, analisá-los e interpretar suas soluções no contexto original. Nesse sentido, Bassanezi (2010, p. 16) define a Modelagem Matemática como "a arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real". Essa abordagem, além de auxiliar na construção do conhecimento matemático, possibilita uma aprendizagem mais contextualizada e interdisciplinar, promovendo maior engajamento dos estudantes.

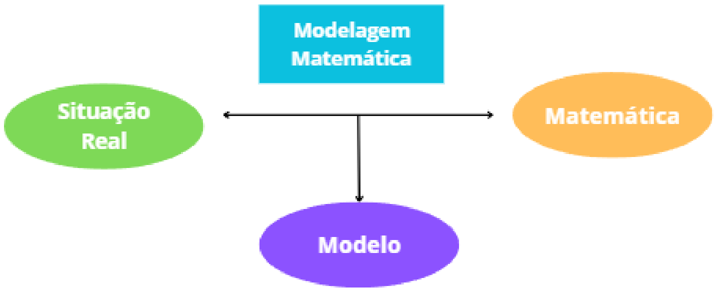
A proposta da Modelagem Matemática articula-se diretamente com os princípios e diretrizes estabelecidos pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Médio. No que se refere às competências específicas da área de Matemática, a BNCC valoriza práticas pedagógicas que promovam o desenvolvimento do pensamento matemático por meio da resolução de problemas contextualizados, da análise crítica de informações e da aplicação de conceitos em situações do cotidiano. Conforme destaca o documento oficial (BRASIL, 2018, p. 527):

> No Ensino Médio, os estudantes devem desenvolver e mobilizar habilidades que servirão para resolver problemas ao longo de sua vida; por isso, as situações propostas devem ter significado real para eles. Nesse sentido, os problemas cotidianos têm papel fundamental na escola para o aprendizado e a aplicação de conceitos matemáticos, considerando que o cotidiano não se refere apenas às atividades do dia a dia dos estudantes, mas também às questões da comunidade mais ampla e do mundo do trabalho.

A Modelagem Matemática é um processo dinâmico que combina rigor técnico e criatividade na construção de representações de fenômenos do mundo real. Conforme Biembengut e Hein (2023), a elaboração de modelos matemáticos vai além da aplicação de ferramentas; exige intuição, discernimento e um repertório matemático amplo, que influencia diretamente a complexidade e a precisão das soluções. Quando baseada apenas em conceitos elementares, a modelagem é limitada, mas com conhecimentos mais aprofundados, torna-se uma ferramenta analítica e criativa, capaz de abordar problemas complexos de forma mais abrangente.

A Figura 1 apresenta uma síntese dos principais elementos envolvidos na Modelagem Matemática, destacando as etapas que estruturam esse processo no contexto educativo. Ela ilustra o caminho desde a formulação de uma situação-problema real até a construção e interpretação de modelos matemáticos, evidenciando a relação entre o mundo real, a linguagem matemática e a validação dos resultados em contextos significativos.

Figura 1 - Modelagem Matemática



Fonte: Adaptada de Biembengut; Hein (2023).

#ParaTodosVerem: Fluxograma composto por três etapas conectadas por setas. A primeira etapa, à esquerda, é chamada "Situação Real" e representa um problema contextualizado do cotidiano. A seta leva à segunda etapa, ao centro, nomeada "Matemática", que indica a tradução da situação real para a linguagem matemática. A terceira etapa, no centro e inferior, é o "Modelo", que corresponde à construção de um modelo para resolver o problema. O fluxo segue retornando à situação real para interpretar e validar os resultados.

Ao longo do tempo, diversos pesquisadores propuseram abordagens distintas para a modelagem Matemática, com variações nas fases e concepções metodológicas. No entanto, é possível identificar etapas comuns, como a escolha da situação-problema, a matematização, a resolução, a interpretação e a validação do modelo. Essas etapas evidenciam o caráter dinâmico da modelagem, unindo construção teórica e análise crítica, e possibilitando sua aplicação em diferentes contextos educacionais.

A seguir, apresenta-se o Quadro 1, comparativo das etapas propostas por diferentes autores sobre a Modelagem Matemática. Essa síntese permite observar convergências e especificidades nas abordagens metodológicas utilizadas na área, contribuindo para o entendimento das possibilidades de aplicação no contexto escolar.

Quadro 1- Comparativo das fases/ etapas da realização da Modelagem Matemática.

Sínteses das fases/ etapas da modelagem Matemática proposta por alguns autores	**Fases/ Etapas/ Momentos da Realização da Modelagem Matemática**
Burak (1992)	Escolha do tema; Pesquisa exploratória; Levantamento dos problemas; Resolução do Problema e o desenvolvimento da matemática; Análise crítica da solução.
Bassanezi (2002)	Experimentação; Abstração; Resolução; Validação; Modificação; aplicação.
Barbosa (2001)	Elaboração da Situação problema; Simplificação; Coleta de Dados; Resolução.
Almeida, Silva e Vertuan (2016)	Inteiração; Matematização; Resolução; Interpretação dos resultados; Validação.

Biembengut; Heein (2023)	Inteiração com a situação problema; Matematização: formulação e resolução; Modelo Matemático: Interpretação e validação;

Fonte: Adaptado de Ramon; Souza; Kluber, (2022, p.5).

A implementação da Modelagem Matemática no ensino exige uma organização cuidadosa de suas fases, da escolha do problema à validação dos modelos. Esse processo facilita a transição dos alunos entre o real e o abstrato, promovendo a compreensão dos conceitos e um ambiente de aprendizagem mais equitativo. Adaptar essa abordagem ao Ensino Médio torna-se, assim, uma estratégia relevante para tornar a Matemática mais acessível e alinhada às realidades dos estudantes, contribuindo para a redução das desigualdades educacionais.

Há uma necessidade de aprofundar estudos que investiguem a combinação entre Modelagem Matemática e trabalho em grupo no Ensino Médio. Embora ambas as abordagens sejam reconhecidas por seus benefícios de forma individual, ainda são escassas as pesquisas que exploram sua aplicação conjunta nesse contexto. Identificar como essa integração pode favorecer a aprendizagem dos estudantes representa uma lacuna importante, cuja investigação pode contribuir para práticas pedagógicas mais eficientes e colaborativas no ensino da Matemática.

2.2 A Importância do Trabalho em Grupo para uma Aprendizagem Equitativa nas aulas de Matemática

A inserção do trabalho em grupo como estratégia pedagógica na sala de aula de Matemática tem se mostrado não apenas uma abordagem eficiente, mas também um catalisador para a melhoria significativa na prática docente. Ao incentivar a colaboração entre os alunos e promover um ambiente de aprendizado mais interativo e equitativo, o trabalho em grupo oferece oportunidades que o professor qualifique sua abordagem pedagógica em múltiplas dimensões.

Conforme Vygotsky (1989, p. 88), a interação social é fundamental para o desenvolvimento cognitivo, pois “o aprendizado desperta uma variedade de processos internos de desenvolvimento que só funcionam quando a criança interage com pessoas em seu ambiente e em colaboração com seus pares”. Nesse sentido, Cohen e Lotan (2017, p. 7) complementam que:

> O trabalho em grupo é uma técnica eficaz para atingir certos tipos de objetivos de aprendizagem intelectual e social. É excelente para o aprendizado conceitual, para resolução criativa de problemas e para o desenvolvimento de proficiência em linguagem acadêmica. Socialmente, melhora as relações intergrupais, aumentando a

> confiança e a cordialidade. Ensina habilidade para atuar em equipe que podem ser transferidas para muitas situações, sejam escolares ou da vida adulta.

As autoras ressaltam que o trabalho em grupo estimula tanto o desenvolvimento intelectual quanto social dos estudantes, favorecendo a aprendizagem conceitual, a resolução criativa de problemas e fortalecendo a linguagem acadêmica. No âmbito social, promove relações interpessoais, confiança e habilidades colaborativas úteis em diversos contextos. Ferreira e Richetto (2025) acrescentam que a equidade na educação, promovida por estratégias como o trabalho em grupo, não busca homogeneizar os resultados dos alunos, mas sim oferecer condições para que cada estudante desenvolva plenamente seu potencial, sem que isso signifique nivelar desempenhos ou padronizar.

Para que essa prática seja realmente efetivada, especialmente em turmas heterogêneas com foco na equidade, as autoras enfatizam a importância de um planejamento intencional e estruturado. A experiência do Programa de Especialização Docente (PED Brasil) mostra que a organização das atividades, a definição de estratégias de participação equitativa e a preparação dos alunos para a cooperação são fundamentais para garantir um ensino de qualidade. Conforme afirmam as autoras, se um professor deseja construir uma aprendizagem ativa, o trabalho em grupo planejado de forma intencional é uma ferramenta poderosa, oferecendo oportunidades simultâneas para todos.

Nessa perspectiva, Jilk (2016) reforça que a atenção do professor às potencialidades dos estudantes é decisiva para a promoção da equidade, uma vez que, ao reconhecer e valorizar os pontos fortes de cada aluno, mesmo em contextos de dificuldade, cria-se um ambiente no qual todos podem participar ativamente e contribuir para a aprendizagem coletiva. Essa valorização das capacidades individuais conecta-se diretamente à importância da heterogeneidade como recurso pedagógico.

Para mitigar esses desafios, Cohen e Lotan (2017, p.22) sugerem que uma alternativa é “o uso de grupos heterogêneos e alunos capacitados a servirem de recurso acadêmico e linguístico uns aos outros". A organização dos grupos pelo professor surge, portanto, como uma estratégia mais eficiente, pois possibilita uma composição heterogênea que favorece tanto a socialização quanto a colaboração no ambiente escolar. Nesse sentido, Van de Walle (2009, p.86) argumenta que:

> É muito mais proveitoso apostar na diversidade em sua sala de aula usando duplas ou grupos cooperativos que sejam heterogêneos. Alguns professores gostam de usar grupos fortuitos ou permitir que os estudantes escolham aqueles com os quais querem trabalhar. Essas técnicas podem ser ocasionalmente divertidas, mas é aconselhável refletir sobre como você vai agrupar seus alunos. Tente agrupar os que têm dificuldades com os mais capazes, mas que também sejam compatíveis e

> estejam dispostos a colaborar. O que todos os estudantes vão descobrir é que todos têm ideias para contribuir.

Ao estruturar intencionalmente os grupos, o professor pode equilibrar diferentes níveis de conhecimento, promovendo a colaboração entre estudantes com distintas habilidades. Contudo, essa organização deve também considerar a compatibilidade entre os alunos, garantindo um ambiente de cooperação. Mais do que uma estratégia organizacional, o trabalho em grupo permite ao docente compreender melhor os estilos de aprendizagem da turma, identificar dificuldades conceituais e adaptar suas práticas de ensino às necessidades específicas de cada grupo.

Para que o trabalho em grupo gere resultados efetivos, é essencial que o professor exerça uma gestão de sala eficiente, conhecendo a realidade dos alunos e de suas famílias para planejar um ambiente adequado às suas necessidades. Como afirmam Weinsten e Novodvorsky (2015, p.37), "é importante pensar a respeito das características dos estudantes que estarão usando a sala de aula e se você precisa fazer qualquer modificação ambiental para que fique segura e confortável." Assim, a organização do espaço e das atividades deve considerar aspectos sociais e cognitivos da turma. A formação estratégica de grupos heterogêneos, aliado a essa gestão, favorece não apenas a troca de conhecimentos, mas também um ensino mais inclusivo, colaborativo e adaptado às demandas dos estudantes.

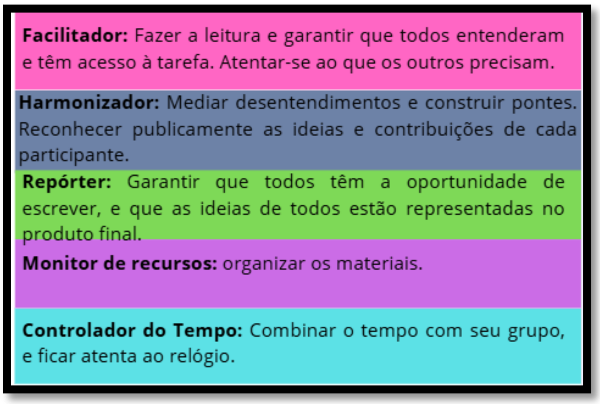
2.3 Equidade e Inclusão no Ensino de Matemática

A busca por equidade no ensino de Matemática exige a adoção de estratégias pedagógicas que promovam a participação ativa e significativa de todos os estudantes, independentemente de suas diferenças cognitivas e socioculturais. Como destaca Skovsmose (2000, p. 6), “a educação matemática deve ser entendida como uma prática democrática, que possibilita a todos os estudantes a participação crítica, ativa e reflexiva no processo de aprendizagem, promovendo a inclusão e a justiça social”. Nessa perspectiva a Modelagem Matemática e o trabalho em grupo são abordagens que contribuem para esse objetivo ao criar um ambiente de aprendizado mais inclusivo e colaborativo.

A modelagem matemática possibilita que os estudantes explorem conceitos a partir de situações reais, tornando a aprendizagem mais acessível e significativa. O trabalho em grupo, quando organizado com intencionalidade e equidade, favorece a troca de conhecimentos entre alunos com diferentes níveis de habilidade, promovendo o aprendizado colaborativo e a valorização de diferentes formas de pensar.

Ao utilizarmos a metodologia proposta no Programa de Especialização Docente (PED Brasil), em salas de aulas heterogêneas, a distribuição de papéis de responsabilidade no trabalho em grupo pode ser uma solução para estimular a participação equitativa, assegurando que cada estudante contribua de acordo com suas potencialidades e desenvolva autonomia na construção do conhecimento, como mostra a figura 2:

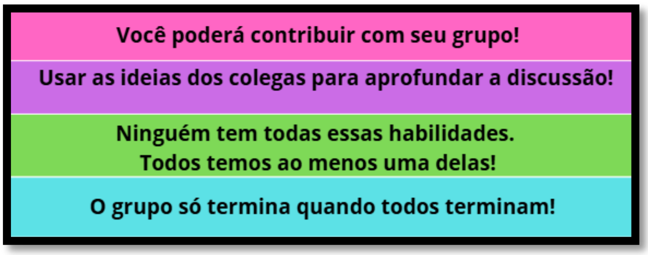
Figura 2 - Distribuição de Papéis no Trabalho em Grupo para Promover a Equidade



Fonte: Adaptada de Cohen e Lotan (2017).

A atribuição de papéis no ensino voltado à equidade é uma estratégia essencial para promover discussões de qualidade e garantir a entrega de trabalhos bem estruturados no prazo. Essa organização distribui responsabilidades entre os alunos, favorecendo a participação equitativa, a cooperação e o engajamento de todos no processo de aprendizagem. Complementarmente, a Figura 3 apresenta normas que incentivam a colaboração, o respeito mútuo e a valorização das diferentes habilidades, contribuindo para um ambiente inclusivo e comprometido com o sucesso coletivo.

Figura 3 - Normas de Colaboração para Fortalecer o Engajamento e o Respeito em Atividades em grupo.



Fonte: Adaptada de Cohen e Lotan (2017).

Para que os estudantes atuem de forma eficiente em atividades colaborativas, é essencial prepará-los para interações produtivas. Apenas estabelecer normas não é suficiente. É necessário ensinar habilidades como comunicação, escuta ativa e respeito mútuo. Segundo Cohen e Lotan (2017), isso exige uma reflexão criteriosa sobre as competências demandadas por cada atividade. As autoras recomendam o uso dos chamados "construtores de habilidades", que são atividades práticas capazes de desenvolver essas competências de maneira interativa e significativa. Nesse contexto, afirmam:

> Preparar os alunos para trabalhar em grupos cooperativos exige que você decida sobre normas e habilidades serão necessárias para a instalação do trabalho que você tem em mente. Essas regras são mais bem ensinadas por meio de exercícios, jogos e atividades chamadas construtores de habilidades. Cohen e Lotan (2017, p. 41).

Os construtores de habilidades são atividades que desenvolvem competências fundamentais para o trabalho em grupo, como escuta ativa, comunicação eficaz e respeito ao tempo de fala dos colegas. Exemplos como "Círculos Partidos", "Projetista Mestre" e "Muitos Pontinhos" ajudam a fortalecer a colaboração entre os estudantes.

Diante da diversidade presente em sala de aula, adaptar o ensino da Matemática exige planejamento cuidadoso, metodologias variadas e diferentes formas de representar os conteúdos, tornando a aprendizagem mais acessível, significativa e inclusiva para todos os alunos. Nesse contexto, destaca-se a importância de cultivar uma comunidade de aprendizagem que valorize a escuta, o respeito e o raciocínio matemático, conforme enfatizado por Van de Walle (2009, p.66):

> Com o passar do tempo, você fará sua turma se transformar em uma comunidade de aprendizes de matemática, onde os alunos se sentem confortáveis em se arriscar e compartilhar ideias; onde alunos e professor respeitam as ideias uns dos outros mesmo quando discordam, onde as hipóteses são defendidas e desafiadas respeitosamente, e onde o raciocínio lógico ou matemático é estimado acima de tudo.

Essa perspectiva reforça o compromisso com um ensino que não apenas transmite conteúdos, mas que também constrói espaços de pertencimento e participação, fundamentais para uma educação verdadeiramente equitativa.

2.4 Aprendizagem de Funções no Ensino Médio

O estudo das funções no Ensino Médio é essencial para o desenvolvimento do pensamento matemático, uma vez que possibilita aos estudantes compreender e representar relações entre variáveis, interpretar gráficos e aplicar conceitos matemáticos em situações do cotidiano. No entanto, muitos alunos enfrentam dificuldades em assimilar esses conteúdos de forma significativa.

Nesse contexto, a Modelagem Matemática surge como uma excelente estratégia para tornar o aprendizado das funções mais acessível e conectado à realidade dos estudantes, promovendo um ensino mais ativo e contextualizado. De acordo com a BNCC, é fundamental adotar abordagens que valorizem as experiências dos alunos, estimulem o pensamento criativo e integrem o uso de tecnologias, situações-problema e trabalho em grupo, enriquecendo o processo de aprendizagem.

No Ensino Médio, destacam-se as funções do 1º grau, do 2º grau, exponencial e trigonométrica, que desempenham papel importante na modelagem de fenômenos naturais e sociais, preparando os estudantes para desafios acadêmicos e profissionais. Na próxima seção, serão apresentados os conceitos e aplicações dessas funções, visando aprofundar a compreensão e a utilização prática desses conteúdos.

2.4.1 Função do 1º grau ou Afim

Nesta seção, apresenta-se a definição e as propriedades da função afim, conforme estabelecidas na matemática acadêmica. Segundo Dante (2016), uma função é definida como uma relação entre dois conjuntos, na qual a cada elemento do domínio corresponde um único elemento do contradomínio. A fundamentação teórica desta análise tem como principais referências o Capítulo 3 – Função Afim do autor citado, bem como o material didático digital da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (2025).

As funções afins são chamadas também de funções do primeiro grau porque o maior expoente da variável x é 1. Função polinomial do 1º grau, ou Afim, é toda a função no conjunto dos números reais, qual a lei de formação é definida por:

$$f(x) = ax + b,$$

onde a e b são números reais e $a \neq 0$. Essa função representa uma relação linear entre as variáveis, comum em contextos como velocidade constante, custos fixos e variáveis.

Na expressão acima:

- $f(x)$ é o valor da função para um determinado x;
- a é o coeficiente angular ou taxa de variação média;
- b é o coeficiente linear.

O coeficiente angular indica a inclinação da reta, ele é também é conhecido como taxa de variação. Ele pode ser calculado usando dois pontos conhecidos da função, por exemplo, (–1, –1) e (3,7). Calcula-se da seguinte forma:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{7-(-1)}{3-(-1)} = \frac{8}{4} = 2.$$

O coeficiente linear b corresponde ao ponto de intersecção da reta com o eixo y. Pode ser determinado substituindo um dos pontos e o valor de a, na equação $y = ax + b$. Por exemplo, usando o ponto (3,7):

$$7 = 2.(3) + b$$

$$7 = 6 + b$$

$$b = 1$$

Assim, a lei de formação dessa função é: $f(x) = 2x + 1$.

A raiz da função, ou zero da função, é o valor de x para qual y = 0 , isto é:

$$0 = ax + b$$

$$ax = -b$$

$$x = -\frac{b}{a}$$

Nesse exemplo, com a = 2 e b = 1, temos: $x = -\frac{1}{2}$.

Classificação de uma função afim:

Função crescente: ocorre quando o coeficiente $a > 0$. A taxa de variação é constante e positiva, ou seja, conforme x aumenta, y também aumenta.

Função decrescente: ocorre quando $a < 0$. A taxa de variação é constante e negativa, ou seja, conforme x aumenta, y diminui.

Função constante: ocorre quando $a = 0$. A taxa de variação é nula, e o valor de y permanece constante independentemente de x.

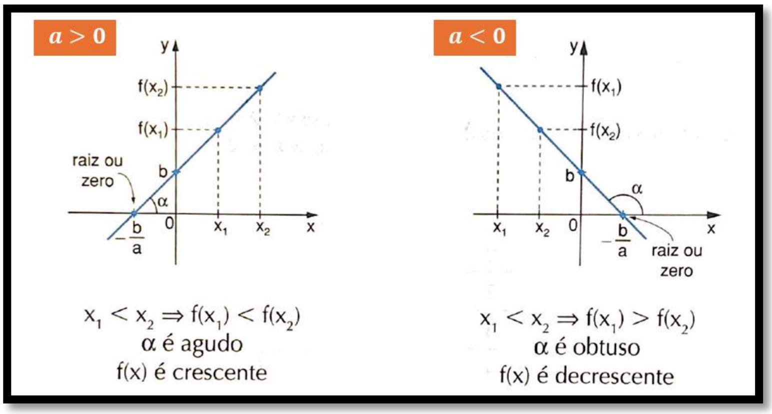
No gráfico da função afim, dois pontos são importantes: as intersecções com os eixos x e y:

Interseção com o eixo y: ocorre quando $x = 0$. O valor de correspondente de y é $f(0) = b$.

Interseção com o eixo x: é o valor de x para o qual $f(x) = 0$´ou seja, a raiz da função.

Assim, os pontos $(0,\ b)$ e $\left(-\frac{b}{a},\ 0\right)$ pertencem ao gráfico da função afim. O gráfico da função afim$f(x) = ax + b$ é uma reta inclinada em relação ao eixo transversal, como ilustra a figura 4.

Figura 4 - Representação gráfica da Função do 1º grau (Afim).



Fonte: Adaptada do Material digital da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo 2025.
#ParaTodosVerem: Dois gráficos lado a lado, representando funções do primeiro grau. No gráfico à esquerda, uma reta crescente, subindo da esquerda para a direita, com a legenda "Função Crescente". No gráfico à direita, uma reta decrescente, descendo da esquerda para a direita, com a legenda "Função Decrescente". Ambos os gráficos estão sobre um plano cartesiano, com os eixos X e Y visíveis.

2.4.2 Função do 2º grau ou Função Quadrática

Nesta seção, apresento a definição e as propriedades da função quadrática, conforme estabelecidas na Matemática acadêmica. A fundamentação teórica desta análise tem como principais referências o Capítulo 4 – Função Quadrática de Dante (2016), bem como o material didático digital da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (2025).

Uma função polinomial é conhecida como função do 2º grau, ou também como função quadrática, quando em sua lei de formação é expressa por:

$$f(x) = ax^2 + bx + c,$$

em que a, b e c são números reais, e $a \neq 0$. Essa função possui domínio e contradomínio no conjunto dos números reais, ou seja:

$$f: IR \to IR.$$

Raízes ou zeros da função do 2º grau

Para encontrar as raízes da função quadrática (também chamadas de zeros da função), é necessário resolver a equação do segundo grau associada:

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Entre os métodos possíveis, destaca-se o uso da fórmula de Bhaskara, baseada no cálculo do discriminante Δ, conforme a equação:

$$\Delta = b^2 - 4ac.$$

Exemplo:

Considere a função $f(x) = x^2 + 2\,x - 3$, com $a = 1, b = 2\; e\; c = -3$.

$$\Delta = 2^2 - 4\,.1.(-3) = 4 + 12 = 16.$$

Aplicando a fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2.1} = \frac{-2 \pm 4}{2}.$$

Assim, as raízes da função são:

$$x_1 = 1 \quad \text{e} \quad x_2 = -3.$$

O valor de Δ nos permite prever a quantidade de raízes reais da função quadrática:

- $\Delta > 0 \rightarrow$ a função admite duas raízes reais distintas;
- $\Delta = 0 \rightarrow$ a função admite uma única raiz real;
- $\Delta < 0 \rightarrow$ a função não admite raiz real.

Representação gráfica da função quadrática.

O Gráfico de uma função quadrática é representado por uma parábola. Sua concavidade varia de acordo com o sinal do coeficiente a:

- Se $a > 0$**,** a concavidade é para cima.
- Se $a < 0$, a concavidade é para baixo.

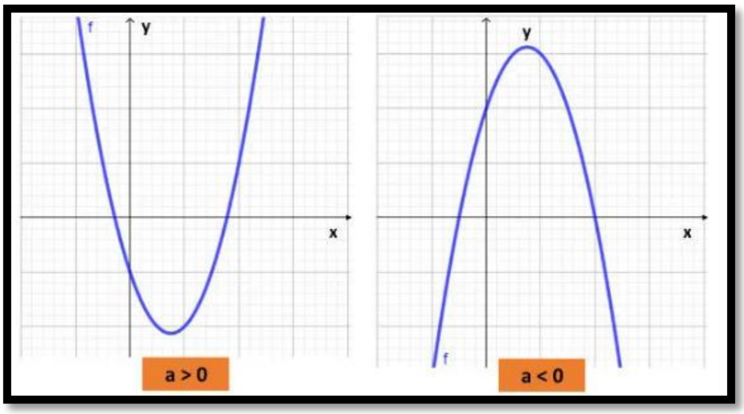
Vértice da parábola

O ponto mais alto ou o ponto mais baixo da parábola é chamado de vértice. Ele pode representar da o valor máximo da função (quando a concavidade é para baixo) ou o valor mínimo da função (quando a concavidade é para cima). Suas coordenadas são determinadas por:

$$\boldsymbol{x_v = \frac{-b}{2a}, y_v = \frac{-\Delta}{4.a}}$$

A seguir, apresenta-se a Figura 5, que ilustra os diferentes tipos de concavidade do gráfico de uma função quadrática, de acordo com o sinal do coeficiente $\boldsymbol{a}$.

Figura 5 - Representação gráfica da Função Quadrática.



Fonte: Adaptada do Material digital da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo 2025.
#Paratodosverem: Dois gráficos lado a lado, representando funções quadráticas. No gráfico à esquerda, uma parábola com concavidade voltada para cima, indicando que o coeficiente "a" é maior que zero. No gráfico à direita, uma parábola com concavidade voltada para baixo, indicando que o coeficiente "a" é menor que zero. Ambos os gráficos estão sobre planos cartesianos com os eixos X e Y visíveis e identificados.

2.4.3 Função Exponencial

Nesta seção, apresenta-se a definição e as propriedades da função exponencial, conforme estabelecidas na Matemática acadêmica. A fundamentação teórica desta análise tem como principais referências o Capítulo 5 – Função Exponencial de Dante, (2016, p. 147-171), bem como o material didático digital da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (2025).

A função exponencial é definida como toda função real $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$, que pode ser escrita na seguinte forma:

$$f(x) = a^x.$$

Na função exponencial, a variável está localizada no expoente. Nesse caso, $x \in \mathbb{R}$ e a base a é um número real positivo e diferente de 1, ou seja:

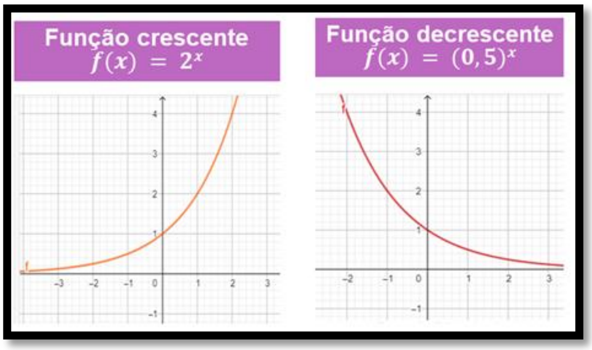
$$a > 1 \qquad \text{e} \qquad a \neq 1$$

O comportamento da função exponencial varia de acordo com o valor da base:

- Quando $a > 1$, a função será **crescente**, indicando que os valores de $f(x)$aumentam à medida que x aumenta.
- Quando $0 < a < 1$, a função é **decrescente**, ou seja, os valores de $f(x)$ diminuem à medida que x aumenta.

A seguir, apresenta-se a Figura 6, que ilustra os gráficos típicos de funções exponenciais crescentes e decrescentes, de acordo com o valor da base a.

Figura 6 - Representação gráfica da Função Exponencial.



Fonte: Adaptada do Material digital da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo 2025.
#ParaTodosVerem: Dois gráficos lado a lado, representando funções exponenciais. No gráfico à esquerda, uma curva crescente, com a base 2 e expoente x, identificando uma função exponencial crescente. No gráfico à direita, uma curva decrescente, com base 0,5 e expoente x, identificando uma função exponencial decrescente. Ambos os gráficos estão sobre planos cartesianos, com os eixos X e Y visíveis e marcados.

2.4.4 Função trigonométrica

Nesta seção, apresenta-se a definição e as propriedades das funções trigonométricas, conforme estabelecidas na Matemática acadêmica. A fundamentação teórica desta análise tem como principais referências o Capítulo 3 – Funções trigonométricas, de Dante, (2016, v 2, p. 34-56), bem como o material didático digital da Rede Estadual de São Paulo (2025).

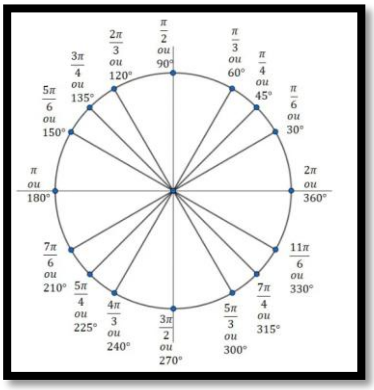
As funções trigonométricas mais conhecidas são: seno, cosseno e tangente. Essas funções as funções relacionam o valor angular (em graus ou radianos) ao valor de uma razão trigonométrica, sendo essa relação frequente mente representada a partir do estudo do ciclo trigonométrico. A análise individual dessas funções permite a construção de gráficos, a identificação dos sinais em cada quadrante e o reconhecimento de outras propriedades relevantes.

As funções trigonométricas, também chamadas de funções circulares, estão associadas às voltas no ciclo trigonométrico e descrevem fenômenos periódicos, como ondas sonoras, movimentos oscilatórios e variações sazonais. As expressões gerais são:

- Função Seno: $f(x) = sen\ x$
- Função Cosseno $f(x) = \cos x$
- Função Tangente $f(x) = tg\ x$

No círculo trigonométrico, cada número real está associado a um ponto sobre a circunferência, como ilustrado na figura 7.

Figura 7 - Ciclo Trigonométrico com ângulos representados em graus e radianos

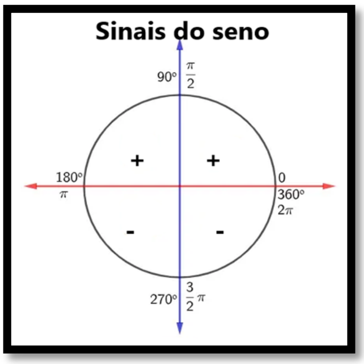


Fonte: Adaptada do Material digital da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo 2025.
#ParaTodosVerem: Imagem de um círculo trigonométrico representado por uma circunferência sobre um plano cartesiano, com os eixos X e Y cruzando o centro da figura. A circunferência está dividida em 16 partes. Cada ponto de divisão está marcado com ângulos em graus — como 0°, 45°, 90°, 135°, 180°, 225°, 270°, 315° e 360° — e seus respectivos valores em radianos — como 0, π/4,π/2, 3π/4, π, 5π/4, 3π/2, 7π/4 e 2π. Os quatro quadrantes estão bem definidos, o sentido é anti-horário, marcando a orientação positiva da medida dos ângulos. A imagem também destaca pontos notáveis sobre a circunferência, ajudando a visualizar a posição dos ângulos no ciclo trigonométrico.

Função Seno

A função seno, denotada por $f(x) = sen\, x,$ é periódica, com período igual a $2\,\pi.$ No ciclo trigonométrico, a função apresenta sinal positivo nos primeiro e segundo quadrantes e sinal negativo nos terceiro e quarto quadrantes, conforme ilustrado na figura 8.

Figura 8 - Sinais em cada quadrante da função seno.



Fonte: Adaptada do Material digital da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo 2025.
#ParaTodosVerem: Imagem de uma circunferência representando o ciclo trigonométrico, dividida em quatro partes iguais, correspondentes aos quatro quadrantes do plano cartesiano. Cada quadrante está marcado com o sinal da função seno. No primeiro e segundo quadrantes, o sinal do seno é positivo, e no terceiro e quarto quadrantes, o sinal do seno é negativo. Os eixos s e y estão destacados, cruzando o centro da circunferência, e há indicações visuais para ajudar a identificar cada quadrante e os respectivos sinais.

No que se refere ao crescimento e decrescimento da função, observa-se que nos primeiro e quarto quadrantes ela é crescente, enquanto nos segundo e terceiro quadrantes é decrescente.

O domínio da função seno corresponde ao conjunto dos números reais, ou seja,

$$Dom(sen\,x) = IR.$$

O contradomínio também é IR, porém, a imagem da função está restrita ao intervalo fechado:

$$Im\,(senx) = [-1,1],$$

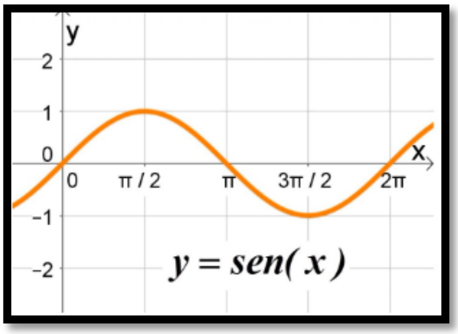
sendo que os valores da função estão compreendidos entre -1 e 1, inclusive.

Em relação à simetria, trata-se de uma função ímpar, pois satisfaz a condição:

$$sen\,(-x) = \; -sen\,(x).$$

O gráfico da função seno é uma curva suave e periódica, conhecida como **senoide**, conforme ilustra a figura 9.

Figura 9 - Gráfico da Função seno.

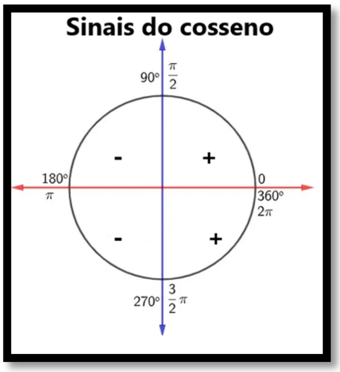


Fonte: Adaptada do Material digital da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo 2025.
#ParaTodosVerem: Imagem de um gráfico da função seno sobre um plano cartesiano. A curva senoidal começa na origem, sobe até o valor máximo 1, desce até o valor mínimo -1 e retorna ao ponto inicial, formando uma onda contínua. O eixo x representa os valores do ângulo em radianos, com marcações como 0, π/2, π, 3π/2 e 2π. O eixo y representa os valores do seno, variando entre -1 e 1. A curva é suave e periódica, destacando os pontos em que a função seno é nula, máxima e mínima.

Função Cosseno

A função cosseno é expressa por $f(x) = \cos x$,também possui período 2π e comportamento periódico. No círculo trigonométrico, a função apresenta sinal positivo nos primeiro e quarto quadrantes e sinal negativo nos segundo e terceiro quadrantes. Conforme representado na figura 10:

Figura 10 - Sinais em cada quadrante da função cosseno.



Fonte: Adaptada do Material digital da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, 2025.
#ParaTodosVerem: Imagem de uma circunferência representando o círculo trigonométrico, dividida em quatro partes iguais, correspondentes aos quatro quadrantes do plano cartesiano. Cada quadrante está marcado com o sinal da função cosseno. No primeiro e quarto quadrantes, o sinal do cosseno é positivo. No segundo e terceiro quadrantes, o sinal do cosseno é negativo. Os eixos x e y cruzam o centro da circunferência, e há indicações visuais que ajudam a identificar cada quadrante e os respectivos sinais.

No que se refere ao crescimento e decrescimento da função, observa-se que é decrescente nos primeiro e segundo quadrantes, e crescente nos terceiro e quarto quadrantes.

Assim como a função seno, o domínio e o contradomínio da função cosseno é todo o conjunto dos números reais:

$$Dom\ (cos\ x) = IR,$$

A imagem também está contida intervalo:

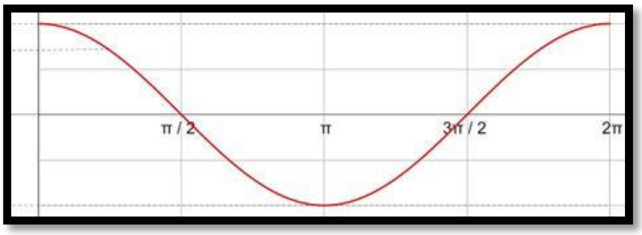
$$Im\ (cos\ x) = [-1{,}1].$$

No que diz respeito à simetria, a função cosseno é par, pois satisfaz a seguinte propriedade:

$$\cos(-x) = \cos(x).$$

O gráfico da função é denominado Cossenoide, caracterizado por sua natureza ondulatória, conforme ilustrado na figura 11.

Figura 11 – Gráfico da função cosseno.



Fonte: Adaptada do Material digital da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo 2025.
#ParaTodosVerem: Imagem de um gráfico da função cosseno sobre um plano cartesiano. A curva cossenoide começa no valor máximo 1, desce até o valor mínimo -1 e retorna ao valor inicial, formando uma onda contínua. O eixo x representa os valores do ângulo em radianos, com marcações como 0, π/2, π, 3π/2 e 2π. O eixo y representa os valores do cosseno, variando entre -1 e 1. A curva é suave e periódica, destacando os pontos em que a função cosseno é nula, máxima e mínima.

Parâmetros das funções seno e cosseno

As funções trigonométricas seno e cosseno podem ser expressas genericamente nas formas:

$$f(x) = A + B\ sen\ (Cx + D) \text{ ou } f(x) = A + B\cos(Cx + D),$$

Em que os parâmetros A, B, C e D influenciam diferentes aspectos do comportamento gráfico das funções, enquanto x continua sendo a variável independente.

A título de exemplo, considere a função:

$$y\ =\ 3 - 2\,sen\,(3x\ +\ 2),$$

Que pode ser analisada a partir de seus parâmetros, conforme a forma geral

$f(x) = A + B\ sen\ (Cx + D)$, em que:

- $A = 3$ → Translação vertical;
- $B = -2$ → Amplitude negativa, refletindo a curva em relação ao eixo horizontal;
- $C = 3$ → Alteração do período;
- $D = 2$ → Deslocamento horizontal da curva.

A seguir, detalha-se o papel de cada parâmetro:

Parâmetro a: Responsável pela translação vertical, altera a imagem da função, mantendo inalterados o domínio, o período e a amplitude.

Exemplos:

- $f(x) =\ 3\ +\ sen\ (x)$
- $f(x)\ = -2\ +\ sen\ (x)$
- $f(x) =\ 3\ +\ cos(x).$

O parâmetro B: Define a **amplitude** da função, sendo responsável pela expansão ou contração vertical.

Exemplos:

- $f(x) =\ 2\,sen\ (x)$
- $f(x) =\ 2\,cos(x)$

Parâmetro C: Afeta o período da função, modificando sua frequência. O novo período é dado por $\frac{\pi}{C}$.

Exemplos:

- $f(x) = sen(2x)$ → período: π;
- $f(x) = sen(3x)$ → período: $\frac{2\pi}{3}$;

- $f(x) = \cos(2x) \rightarrow$ período: π.

O parâmetro D: Provoca uma translação horizontal (deslocamento da curva para a esquerda ou para a direita), sem alterar o período, a amplitude ou a imagem.

Exemplos:

- $f(x) = sen\left(x + \frac{3}{2}\right)$.
- $f(x) = cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$.

A abordagem tradicional do ensino de funções, com ênfase na repetição de procedimentos algébricos e representações gráficas, pode limitar a construção de significados pelos estudantes (GRAVINA, 2012). Nesse contexto, estratégias como a **modelagem matemática** e o **trabalho em grupo** apresentam-se como alternativas pedagógicas que valorizam a colaboração, a contextualização e a autonomia na aprendizagem, contribuindo para um ensino mais equitativo e significativo.

2.5 Pesquisa da Própria Prática no Ensino de Matemática

A investigação da própria prática nas aulas de Matemática é uma abordagem valiosa que coloca os educadores no papel de pesquisadores ativos em seu próprio contexto pedagógico. Nesse processo, os professores se envolvem em uma análise reflexiva e sistemática de sua prática diária, buscando compreender os impactos das estratégias de ensino, a dinâmica da sala de aula e o progresso dos alunos.

Os profissionais da educação enfrentam diversos desafios em seu trabalho docente e buscam soluções investigando sua própria prática. Ponte (2008) discute a importância dessa investigação na formação profissional e construção do conhecimento dos professores de Matemática. A investigação da prática nas aulas de Matemática não apenas melhora a eficácia do ensino, mas também fortalece a conexão entre teoria e prática, adaptando o ensino às necessidades dos alunos e promovendo o crescimento profissional e experiências de aprendizagem mais significativas. De acordo com Ponte (2002, p.3):

> A investigação é um processo privilegiado de construção do conhecimento. A investigação sobre a sua prática é, por consequência, um processo fundamental de construção do conhecimento sobre essa mesma prática e, portanto, uma atividade de grande valor para o desenvolvimento profissional dos professores que nela se envolvem ativamente.

Os conceitos e princípios discutidos na literatura contribuem para orientar as práticas de ensino e a compreender a importância de criar um ambiente colaborativo e inclusivo para promover o aprendizado matemático dos alunos. Segundo Van de Walle (2009, p.33) “Os estudantes devem vir acreditar que eles são capazes de dar significado à matemática", e para que eles tenham um desenvolvimento do raciocínio matemático nós professores precisamos oferecer bons problemas e momentos que promovam a reflexão e o compartilhamento de ideias, e ainda nas palavras do autor "os professores devem acreditar em seus alunos - em todos eles!".

Na sequência, será apresentada uma análise de pesquisas correlatas ao projeto, destacando estudos relevantes que fundamentam e contextualizam a abordagem adotada, bem como suas contribuições para o desenvolvimento teórico e metodológico da investigação.

2.5 Panorama das Pesquisas Correlatas

Este panorama apresenta o estudo bibliográfico feito no portal dos Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES); Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), no Repositório Institucional da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) e no banco de dissertações do Mestrado Profissional em Educação da Universidade de Taubaté MPE - UNITAU, com os descritores: Modelagem Matemática de funções e Investigação da própria prática nas aulas de Matemática.

No portal de Periódicos da Capes foram utilizados os seguintes critérios de seleção: busca avançada; periódicos revisados por pares, filtros de busca no título e em qualquer campo, tipo de material: todos os itens, idioma: qualquer idioma e data de publicação: 2013 até 2023.

Os filtros de busca no site da BDTD foram: busca avançada; correspondência da busca: todos os termos; idioma: português; tipo de documento: dissertações; Ilustrado: sem preferência; ano da defesa: de 2013 até 2023.

No banco de dados do Repositório Institucional UFSCar da Universidade Federal de São Carlos os filtros de busca foram: assunto: Educação Matemática, período: de 2013 até 2023.

No site do MPE - UNITAU não ocorre busca por filtros, a análise é feita no banco de dissertações dos anos de 2013 a 2023.

A quantidade de textos encontrados nas quatro bases de dados é demonstrada no Quando 2.

Quadro 2 - Pesquisa de artigos e dissertações em bancos de dados.

Banco de Dados	Investigação da própria prática nas aulas de Matemática	Modelagem Matemática	Selecionados
CAPES	68	20	5
BDTD	145	13	4
MPE-UNITAU	5	0	2
UFSCAR	19	11	3
Total de publicações selecionadas:			14

Fonte: Elaboração própria 2025.

Quando adicionado o descritor "Investigação da própria prática nas aulas de Matemática" ao filtro de busca do Portal de Periódicos da CAPES, foram encontrados 68 artigos. Ao refinar a busca com o descritor "Modelagem matemática", os resultados diminuíram para 20 trabalhos encontrados. Desses, 15 foram descartados por não terem aderência com a pesquisa. Os temas desses trabalhos excluídos eram: Matemática financeira, software Modellus, monocórdio e ensino de Matemática por meio com música, ensino técnico com Modelagem da tração do aço e um trabalho sobre a sala de apoio a aprendizagem Matemática e tratavam de uma revisão integrativa sobre modelagem. Portanto, restaram cinco artigos relevantes para a pesquisa.

No portal de periódicos da BDTD, foram encontrados 145 trabalhos com o descritor "Investigação da própria prática nas aulas de Matemática" e 13 com o descritor "Modelagem Matemática". Após análise, nove trabalhos foram descartados por não terem aderência com a pesquisa, abordando temas como etnomodelagem, ensino de Matemática para crianças com transtorno do espectro autista, Modelagem Matemática e a mídia, formação continuada de Modelagem matemática, projetos de Modelagem Matemática digital, e tópicos de Matemática financeira. Restaram, assim, 4 trabalhos relevantes para a pesquisa.

No Repositório Institucional da UFSCar, foram encontrados 19 trabalhos com o descritor "Investigação da própria prática nas aulas de Matemática" e 11 com o descritor "Modelagem Matemática". Após análise, oito trabalhos foram descartados por não terem aderência com a pesquisa. Restaram, assim, três trabalhos relevantes para o tema da pesquisa.

No site do MPE – UNITAU com a busca pelo descritor “investigação da própria prática nas aulas de Matemática foram encontrados cinco trabalhos, já com o descritor Modelagem Matemática não foi encontrado nenhum trabalho. Foram selecionados dois trabalhos e descartados três por se tratarem de formação continuada para professores de

Matemática e investigação da prática docente no ensino de Matemática na educação de jovens e adultos.

Os periódicos e as dissertações selecionados foram os relativos à educação Matemática no ensino fundamental e médio com a utilização da Modelagem Matemática como melhoria e aperfeiçoamento da prática docente, com a proposta de verificar os objetivos, a metodologia empregada e os resultados alcançados em cada um. O Quadro 3 exibe as 14 publicações selecionadas para avaliação neste trabalho.

Quadro 3 – Publicações Selecionadas para o Panorama de Pesquisa

Nº	Autores/ Pesquisadores	Instituições /Periódicos	Ano	Tema / Título da Pesquisa
1	Braga, N. H.	Universidade Federal de Ouro Preto	2013	Pesquisando a própria prática: narrativa de uma professora de matemática.
2	Fontes, Felipe Augusto Martinazzo.	UFSCar	2014	Aprendizagem de funções por meio da modelagem matemática: um estudo de um composto químico.
3	Duncan, C. P. F. R. *et al*	Revista Científica Interdisciplinar	2015	Modelagem matemática como metodologia facilitadora e motivadora no processo ensino e Aprendizagem
4	Gonçalves, D. B.; Menegais, D. A. F. N.	Revista de Educação, Ciências e Matemática	2016	A Modelagem Matemática no Estudo de Funções Exponenciais.
5	Maia, L. F. M. Q.	UFSCar	2017	Modelação Matemática na sala de aula: o conceito de função exponencial numa sequência de atividades para o 1º ano do ensino médio.
6	Neide, I. G. *et al*	Revista Dynamis	2018	Problematizando experiências de Modelagem Matemática no Ensino Médio.
7	Santos, L. A.	Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Foz do Iguaçu	2019	Um olhar sobre a própria prática com modelagem matemática na educação matemática ao estar-com-um-grupo de formação continuada
8	Silva, S. C.; Madruga, Z. E. F.; Silva, F. S.	Revista de Educação matemática	2019	Modelagem matemática como apoio ao ensino e aprendizagem de função quadrática.
9	Ferreira, N. S.; Araújo, C. F. A.J.	Revista BOEM	2020	Modelagem matemática como ação de motivação e engajamento no Ensino Médio
10	Borges, L. B.	Universidade Federal de Goiás	2020	Modelagem matemática no ensino de trigonometria
11	Duarte, R. A. L.	MPE- Unitau	2021	Análise da própria prática com aplicação de problemas não convencionas na educação

				matemática na infância.
12	Rodrigues, D. F.	Universidade Federal de Mato Grosso do Sul Instituto de Matemática	2021	Modelagem Matemática no Ensino de Função Afim
13	Almeida, C. A.	UFSCar	2023	Uma proposta didática para o Estudo da Função Quadrática no Ensino Médio por meio da Modelagem Matemática de um experimento.
14	Santos M. M. B.	MPE- Unitau	2024	Análise da Prática de com resolução de problemas e desenvolvendo o pensamento matemático em alunos do terceiro ano dos anos iniciais

Fonte: Elaboração própria 2025.

Os trabalhos selecionados para análise estão distribuídos entre cinco artigos sobre Modelagem Matemática, publicados em periódicos voltados para a educação Matemática, e nove dissertações defendidas em universidades brasileiras. Dentre as dissertações, três são da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), duas da Universidade de Taubaté (UNITAU), uma da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), uma da Universidade Federal de Goiás (UFG), uma da Universidade Estadual do Oeste do Paraná – campus Foz do Iguaçu (UNIOESTE) e uma do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS). A seguir, será apresentada a análise detalhada desses artigos e dissertações selecionados.

Os artigos selecionados na Plataforma CAPES, evidenciam a diversidade de abordagens e os impactos positivos da Modelagem Matemática no Ensino Médio, especialmente no estudo de funções. Em diferentes contextos escolares — incluindo escolas estaduais, institutos federais e projetos com temáticas variadas — os estudos apontam ganhos significativos no engajamento, na motivação e no desenvolvimento de competências críticas e analíticas dos estudantes. A mediação docente e o uso de situações-problema contextualizadas aparecem como elementos-chave para tornar a aprendizagem mais significativa. Além disso, observa-se que a modelagem favorece o trabalho colaborativo, a argumentação e a construção ativa do conhecimento matemático, mesmo quando aplicada a conteúdos tradicionalmente considerados abstratos, como as funções exponenciais e quadráticas. Esses resultados reforçam o potencial da modelagem como estratégia pedagógica para promover uma educação Matemática mais equitativa e conectada com a realidade dos alunos.

No artigo de Gonçalves e Menegais (2016), publicado na Revista Educação Matemática Pesquisa, é relatada a aplicação da modelagem no estudo de funções exponenciais com alunos do 1º ano do Ensino Médio. A experiência mostrou aumento no interesse, no pensamento crítico e na participação ativa dos estudantes por meio de situações-problema contextualizadas e da mediação docente.

Ferreira; Araújo (2020), em artigo publicado nos Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática, investigou, por meio da metodologia *Design-Based Research*, o impacto da modelagem na motivação e engajamento dos alunos do Ensino Médio em um Instituto Federal de Minas Gerais, apontando ganhos em competências analíticas e argumentativas.

Duncan *et al.* (2015), em artigo da Revista de Educação Pública, aplicaram projetos com modelagem em turmas do Ensino Médio de Campos dos Goytacazes/RJ, envolvendo situações práticas como cálculo de telhados e coberturas de quadras. Os resultados mostraram maior dinamismo e engajamento dos estudantes.

Neide *et al.* (2018), em artigo da Revista Zetetike, relataram experiências de modelagem em uma escola estadual do Rio Grande do Sul com temas sociais, como acessibilidade e qualidade da água. A prática promoveu motivação, trabalho em grupo e habilidades investigativas.

Silva; Madruga; Silva (2019), na Revista Educação Matemática, trabalharam o ensino de função quadrática com temas olímpicos. Com trinta alunos do 1º ano do Ensino Médio, mostraram que a modelagem promoveu colaboração e a construção ativa do conhecimento.

As dissertações do repositório da UFSCar também reforçam a importância da Modelagem Matemática para tornar o ensino mais significativo e conectado à realidade dos estudantes.

Na dissertação de Maia (2017), intitulada “Modelagem Matemática no Ensino de Funções Exponenciais: uma proposta de ensino para o Ensino Médio” (PPGEM/UFSCar), a autora propõe uma sequência de atividades que aproximam os conteúdos da realidade dos alunos, com uso de tecnologias e interdisciplinaridade.

Fontes (2014), na dissertação “A Modelagem Matemática no Ensino de Funções: uma experiência com abordagem interdisciplinar Matemática-Química” (PPGEM/UFSCar), contextualiza o conteúdo por meio do estudo da metabolização de medicamentos, defendendo a integração entre áreas do conhecimento.

Almeida (2023), em “Modelagem Matemática no Ensino de Função Quadrática: uma proposta para a Educação Básica” (PPGEM/UFSCar), apresenta uma sequência didática com recursos digitais e atividades experimentais, destacando o protagonismo dos alunos e a relação com a BNCC e o Currículo Paulista.

No Banco de Teses e Dissertações (BDTD), outras dissertações reforçam o papel da Modelagem Matemática e da investigação da prática docente.

Borges (2020), em dissertação do PPGECEM/UFRRJ, investigou o ensino de Trigonometria com Modelagem Matemática, utilizando GeoGebra e enfrentando desafios curriculares e estruturais. Constatou maior engajamento dos alunos e reflexões sobre a prática pedagógica.

Rodrigues (2021), também pelo PPGECEM/UFRRJ, aplicou a modelagem para ensinar função afim por meio de situações do cotidiano, como tarifas e contas de água. Os estudantes participaram ativamente e desenvolveram raciocínio lógico e autonomia.

Braga (2013), no PPGE/UFMG, produziu a dissertação “Pesquisando a própria prática: narrativa de uma professora de Matemática”, utilizando metodologia autobiográfica para refletir sobre sua atuação docente. A experiência promoveu o autoconhecimento e transformações na prática pedagógica.

Santos (2019), em “Um olhar sobre a própria prática com Modelagem Matemática na educação Matemática ao estar-com-um-grupo de formação continuada” (PPGEDM/UFRJ), investigou como a participação em um grupo de formação continuada impactou sua prática. A modelagem foi incorporada com mais consciência e intencionalidade.

Na produção do Mestrado Profissional em Educação da Universidade de Taubaté (MPE/UNITAU), destacam-se dissertações voltadas à alfabetização Matemática e investigação da prática.

Duarte (2021), com a dissertação “Resolução de problemas não convencionais na educação infantil: a criança como protagonista”, investigou a autonomia e o pensamento matemático de crianças de 4 e 5 anos, destacando a importância do trabalho em grupo e da escuta atenta.

Santos (2024), ao investigar o desenvolvimento do pensamento matemático em alunos do terceiro ano dos Anos Iniciais por meio da Resolução de Problemas, evidenciou a potência dessa abordagem para promover aprendizagens significativas e ampliar a participação dos estudantes. A pesquisa, de natureza qualitativa, também destacou a evolução profissional da professora-pesquisadora, que, ao refletir sobre sua prática a partir dos registros no diário de campo, reorientou seu trabalho pedagógico valorizando o protagonismo estudantil e aprimorando sua atuação docente.

As pesquisas analisadas (CAPES, UFSCar, BDTD e UNITAU) demonstram a força da Modelagem Matemática como metodologia capaz de promover uma aprendizagem mais significativa, crítica e conectada à realidade. Além disso, evidenciam a importância da investigação da própria prática docente para a construção da identidade profissional e para o aprimoramento do ensino de Matemática, valorizando a formação continuada, a interdisciplinaridade e o protagonismo estudantil.

3 METODOLOGIA

A pesquisa adota uma abordagem qualitativa com o propósito de aprimorar a qualidade do ensino e promover a reflexão da prática docente em relação aos estudantes. Essa abordagem visa aprofundar a compreensão das experiências dos alunos, da atuação pedagógica e do impacto das atividades em grupo na promoção da equidade em sala de aula. A pesquisa qualitativa é caracterizada por priorizar a qualidade das ações desenvolvidas, permitindo uma compreensão ampla e aprofundada dos fenômenos estudados, com base nas vivências, perspectivas e contextos dos participantes.

Trata-se de um tipo de investigação que busca situar os fenômenos em seus contextos naturais, sociais e culturais, proporcionando uma análise mais rica e completa dos eventos observados. Na perspectiva de Weller e Pfaff (2010, p. 30), "a abordagem qualitativa defende uma visão holística dos fenômenos, isto é, que leve em conta todos os componentes de uma situação em suas interações e influências recíprocas". Além disso, sua flexibilidade e capacidade adaptativa permitem que o pesquisador ajuste o percurso metodológico conforme o desenvolvimento do estudo, favorecendo a valorização dos significados atribuídos pelos participantes aos eventos analisados.

Conforme destaca Yin (2016, p.10), "a condição inicial deriva do desejo da pesquisa qualitativa de capturar o significado dos eventos da vida real, da perspectiva dos participantes em estudo". Essa característica justifica a participação mais ativa do pesquisador no campo, tornando possível uma interação direta com os sujeitos da pesquisa e uma compreensão mais profunda dos dados coletados. Por sua natureza exploratória, a abordagem qualitativa tem implicações práticas relevantes, contribuindo com subsídios para intervenções em áreas como educação, ciências sociais, saúde e psicologia.

Para alcançar os objetivos propostos, foram adotadas diversas estratégias metodológicas. Inicialmente, aplicou-se um questionário (Apêndice A) com o objetivo de identificar o nível de interesse dos estudantes pela disciplina de Matemática, bem como levantar os conhecimentos prévios sobre o estudo de funções.

Em seguida, foram realizadas atividades em grupo com foco na promoção da equidade no ambiente de aprendizagem. Essas atividades foram registradas por meio de gravações de áudio e vídeo, fotografias e anotações em diário de campo, que constituem fontes valiosas para análise posterior da prática docente. Conforme Cohen e Lotan (2017), o trabalho em grupo é uma técnica eficaz para atingir objetivos de aprendizagem intelectual e social, promovendo o aprendizado conceitual, a resolução criativa de problemas e o desenvolvimento da linguagem acadêmica.

Para aprofundar a análise das experiências em sala de aula, foi mantido um diário de campo, no qual a pesquisadora registrou observações e intervenções realizadas ao longo do processo. A cada encontro, foi elaborada uma reflexão com base nesse material, visando favorecer a compreensão do desenvolvimento das atividades e da dinâmica de grupo. Como destaca Zabalza (2004, p. 17): “Os diários permitem aos professores revisarem elementos de seu mundo pessoal que frequentemente permanecem ocultos à sua própria percepção enquanto está envolvido nas ações cotidianas”. Essa perspectiva evidencia o potencial do diário como instrumento de autoconhecimento e análise crítica da prática docente, permitindo a pesquisadora interpretar com mais profundidade os sentidos atribuídos às vivências pedagógicas.

A análise dos dados foi orientada pelos pressupostos da Análise de Conteúdo de Bardin (1977), reconhecida por sua aplicação sistemática e objetiva na interpretação de mensagens em diferentes formatos, como textos, imagens e vídeos. Essa metodologia permite identificar padrões, categorias e significados implícitos nos dados, oferecendo uma leitura aprofundada e estruturada do material. De acordo com Bardin (1977, p. 38), “a análise de conteúdo aparece como um conjunto de técnicas de análise das comunicações, que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens”. Essa abordagem metodológica contribuiu para garantir rigor analítico à pesquisa, possibilitando a organização e interpretação dos dados de forma coerente com os objetivos do estudo.

Foram analisadas as participações dos estudantes nas atividades em grupo e os relatórios individuais, com especial atenção à atuação docente diante dos desafios pedagógicos emergentes durante o desenvolvimento das propostas. Ao final de cada encontro, os estudantes realizaram uma autoavaliação por meio de um relatório individual (Apêndice B), no qual registraram suas impressões, dúvidas e reflexões sobre as atividades realizadas e sobre a dinâmica colaborativa vivenciada.

3.1. Participantes

A amostra selecionada para esta pesquisa é composta por 29 estudantes, sendo 15 meninas e 14 meninos, regularmente matriculados na segunda série do Ensino Médio em uma Escola Estadual localizada no município de Lagoinha, interior do estado de São Paulo, na região do Vale do Paraíba. Os alunos têm entre 15 e 17 anos e foram escolhidos com base em critérios específicos, entre eles o fato de a pesquisadora ser a professora responsável pela disciplina de Matemática dessa turma, e o conteúdo de funções constar no planejamento anual da série.

Outro fator decisivo para a escolha da turma foi à familiaridade prévia da pesquisadora com os estudantes, que já foram seus alunos no ano anterior. Esse vínculo favorece o conhecimento mais aprofundado sobre as fragilidades e potencialidades dos alunos, além de sustentar uma relação de confiança e afeto, aspectos que contribuem para a condução da pesquisa em um ambiente acolhedor e propício à aprendizagem.

A seleção também levou em conta o número de alunos, considerado adequado para a realização de atividades em grupo, bem como a heterogeneidade da turma, aspecto que enriquece as interações e torna mais evidente a importância de estratégias pedagógicas voltadas à equidade. Os critérios de inclusão e exclusão adotados na definição da amostra estão ilustrados na Figura 12.

Figura 12 – Critérios de Inclusão e exclusão dos participantes

Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Fluxograma com três blocos. No centro, o número total de estudantes da escola. À esquerda, os critérios de inclusão: alunos do Ensino Médio, 2ª série, cujos planejamentos contemplam as habilidades da pesquisa. À direita, os critérios de exclusão: alunos do Ensino Fundamental, cujo planejamento não contempla as habilidades da pesquisa. A imagem tem o objetivo de apresentar, de forma esquemática, os critérios utilizados para seleção dos participantes da pesquisa.

Os critérios de exclusão adotados nesta pesquisa foram os seguintes: os alunos do Ensino fundamental, o conteúdo abordado não estava incluído no planejamento das demais séries do Ensino Médio, e a quantidade de estudantes por classe não era favorável para o desenvolvimento do trabalho em grupo.

Os participantes tiveram como benefícios um melhor desenvolvimento nas habilidades Matemáticas e socioemocionais, favorecida pelo trabalho em grupo, um empoderamento em relação à aprendizagem Matemática e a resolução de problemas.

Esta pesquisa apresentou riscos mínimos, tais como o desconforto dos participantes em realizar a proposta, além da insegurança em assumir funções no grupo durante o desenvolvimento das atividades, situações que serão prontamente respeitadas. A pesquisadora esteve atenta a quaisquer sinais de comportamentos negativos entre os adolescentes e, se necessário, interromperá o desenvolvimento das atividades, notificando a equipe gestora da escola e as famílias dos adolescentes envolvidos. Todo o processo foi conduzido em conformidade com a Lei n° 8.069 de 13 de julho de 1990, que dispõe sobre o ECA, Estatuto da Criança e do Adolescente (Brasil,1990). Para prevenir possíveis riscos, foram garantidos os direitos de anonimato dos participantes, o direito de abandonar a pesquisa a qualquer momento, de se abster de responder a qualquer pergunta e de solicitar que os dados fornecidos não sejam utilizados. Caso ocorresse algum dano ao participante, este seria encaminhado ao serviço público de saúde mais próximo, especialmente em casos de abalos emocionais.

3.2 Instrumentos de Pesquisa

Para a realização deste estudo, foram utilizados os seguintes instrumentos de coleta de dados:

- Questionário estruturado aplicado aos participantes;
- Encontros colaborativos entre a professora e os estudantes;
- Diário de campo da professora-pesquisadora;
- Registros fotográficos e de vídeo.

O processo de coleta teve início com a aplicação de um questionário composto por perguntas abertas e fechadas (Apêndice A). Esse instrumento teve como finalidade levantar os conhecimentos prévios dos alunos sobre o conteúdo de funções, bem como compreender melhor o perfil de cada estudante e sua relação com a disciplina de Matemática. Considerando que um dos objetivos centrais da pesquisa é promover a equidade em sala de aula, tornou-se essencial identificar as dificuldades específicas e as potencialidades individuais dos alunos, a fim de planejar intervenções pedagógicas mais adequadas e inclusivas.

Nos encontros, foram propostas atividades de caráter reflexivo, organizadas em torno de questões abertas e fundamentadas nos princípios de planejamento de tarefas para o trabalho em grupo, descritos por Cohen e Lotan (2017, p.79). Segundo as autoras, tarefas bem planejadas, devem apresentar as seguintes características: serem abertas e produtivamente incertas, promovendo a resolução de problemas complexos; possibilitarem o uso de múltiplas habilidades intelectuais para a compreensão da tarefa e a demonstração de competência;

abordarem conteúdos intelectualmente relevantes; exigirem interdependência positiva entre os integrantes do grupo, bem como responsabilidade individual; e incluírem critérios claros para a avaliação tanto do produto coletivo quanto do relatório individual.

Ao final de cada encontro foi utilizado um questionário de autoavaliação no formato de rubricas, que se encontra no (Apêndice B), com o objetivo de identificar pontos fortes e frágeis dos encontros, do trabalho em grupo e das aprendizagens dos alunos, podendo, assim, constituir um canal de comunicação com os participantes e sugerir melhorias para os próximos encontros.

O diário de campo da professora foi utilizado como instrumento de coleta de dados, ele nos permite registrar os acontecimentos durante as aulas e posteriormente analisá-lo, de uma forma que podemos refletir sobre a nossa prática docente e como podemos buscar sempre uma melhoria que reverbere em um ensino de qualidade e equitativo. O roteiro para o diário de campo se encontra no Apêndice C. ‘A escolha da modalidade de diário reflexivo que corresponde a um processo de compreensão da prática observada, nos permite um desenvolvimento pessoal e profissional, auxilia a explicar os próprios dilemas e avaliar e reajustar os processos, segundo Zabalza, (2004, p.18): “Lendo os diários, às vezes percebe-se com clareza, entre uma linha e outra, quais são os dilemas que mais preocupam esse professor, em torno de quais situações dilemáticas do ensino desenvolve seu processamento da informação e suas decisões”. Essa perspectiva reforça o valor do diário como ferramenta de autorreflexão, revelando aspectos muitas vezes invisíveis no cotidiano da sala de aula e impulsionando melhorias conscientes na prática docente.

Também foram utilizados registros fotográficos e audiovisuais, que permitiram uma análise detalhada de cada atividade realizada. Esses registros possibilitaram a observação do layout da sala, a documentação das produções elaboradas pelos grupos de alunos e o uso dos materiais empregados durante as atividades. As anotações realizadas em cartolinas e folhas de sulfite foram fotografadas e armazenadas, de forma sistemática, para serem analisadas em etapas posteriores da pesquisa.

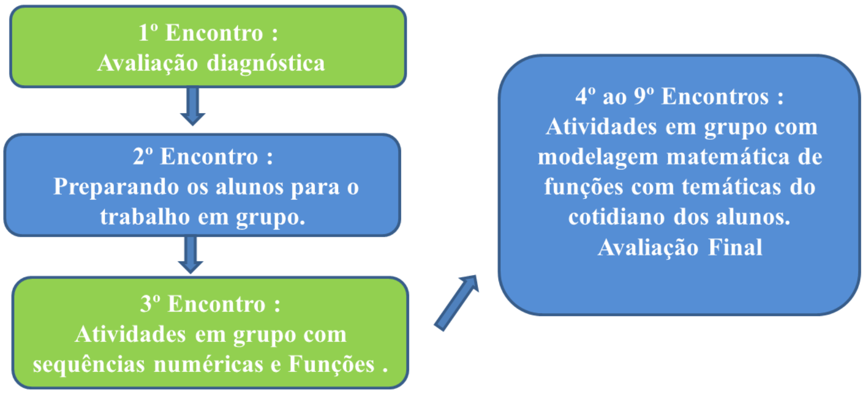
3.3. Procedimentos para Coleta de Informações/dados

Para garantir a ética e a integridade dos participantes, a pesquisa foi submetida ao Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade de Taubaté (CEP-UNITAU). Este comitê tem como objetivo principal proteger os interesses dos sujeitos da pesquisa, assegurando sua integridade e dignidade. Conforme a resolução CNS 510/2016, foram entregues aos participantes os seguintes termos para assinatura: Termo de Anuência, Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) para participantes de 11 a 17 anos, Autorização de Uso de Imagem e Termo de Compromisso do Pesquisador Responsável. Após a liberação do CEP-UNITAU.

Partindo da autorização do Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade de Taubaté (CEP-UNITAU) sob o parecer n° 7.005.166, da autorização da unidade educacional investigada e da autorização por parte dos responsáveis pelos estudantes da turma selecionada, foi iniciada a coleta de dados.

A coleta de dados ocorreu nas aulas de Matemática ao longo do ano letivo, distribuída em nove encontros, cada um com duração de 90 minutos (duas aulas de 45 minutos). O roteiro detalhado para os encontros está disponível no apêndice C. A figura 13 ilustra a organização dos encontros.

Figura 13 – Procedimento para coleta de dados.



Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Fluxograma dividido em duas partes. À esquerda, estão descritas as ações realizadas nos três primeiros encontros: aplicação de uma avaliação diagnóstica, preparação para o trabalho colaborativo e introdução aos conteúdos de sequências numéricas e funções. À direita, são descritos os encontros do quarto ao nono, que envolveram atividades em grupo com uso da modelagem matemática para o estudo de diferentes tipos de funções. A imagem representa, de forma esquemática, o percurso didático realizado com os alunos ao longo da coleta de dados da pesquisa.

Para preservar o anonimato das estudantes participantes das atividades em grupo e garantir a proteção de suas identidades, adotou-se um sistema de codificação. Cada aluno foi identificado pela letra “E”, seguida de um número de 1 a 29, o que permitiu registrar detalhadamente as observações individuais, assegurando a confidencialidade e o respeito à privacidade.

A pesquisa adotou uma abordagem criteriosa na análise das aprendizagens e das interações entre os estudantes, considerando dois aspectos centrais: as dificuldades na aprendizagem Matemática e os desafios de socialização associados ao “status acadêmico”. Esse conceito, conforme Cohen e Lotan (2017, p.27), refere-se à percepção que os colegas têm sobre as habilidades acadêmicas de cada aluno, sendo “uma classificação social de consenso em que todos sentem que é melhor ter uma posição elevada na hierarquia de status do que uma posição inferior”. Essa percepção influencia diretamente a dinâmica das atividades em grupo, uma vez que alunos de alto status tendem a ser mais ouvidos, enquanto os de baixo status enfrentam obstáculos para participar, o que pode afetar tanto o engajamento quanto a aprendizagem, além de reforçar desigualdades e comprometer a colaboração.

Como propõe Cohen e Lotan (2017), o status pode ser classificado em quatro categorias: o status de especialista, ligado ao bom desempenho em uma disciplina específica; o status acadêmico, atribuído a alunos que se destacam em diversas áreas; o status perante os colegas, relacionado à popularidade e habilidades sociais; e o status social, que envolve fatores como classe, etnia, raça e gênero. Este último, por reforçar desigualdades estruturais, pode contribuir para a exclusão e o bullying, afetando negativamente o desempenho e a autoestima de estudantes em posição socialmente desfavorecidas.

Para mitigar essas dinâmicas, as autoras propõem duas estratégias: o estabelecimento de normas de cooperação, como “todos participam e todos ajudam”, e a atribuição de papéis específicos aos integrantes dos grupos, de modo a assegurar que todos tenham voz e participação ativa, diminuindo o domínio dos alunos de status elevado e promovendo um ambiente colaborativo mais equitativo.

A fim de compreender melhor o perfil da turma, aplicou-se um questionário diagnóstico que permitiu mapear as dificuldades, potencialidades e preferências dos alunos em relação ao ensino de Matemática. As informações obtidas orientaram a organização dos grupos e o planejamento das atividades, contribuindo para reduzir os efeitos do status acadêmico nas interações.

A partir dessa análise, os encontros foram planejados com base na modelagem Matemática e no trabalho em grupo, seguindo os princípios da metodologia do Programa de Especialização Docente (PED Brasil). As aulas foram registradas por meio de gravações e descritas no diário da professora-pesquisadora, que acompanhou o desenvolvimento das atividades, conforme descrito no roteiro apresentado no Apêndice C.

A organização dos grupos foi feita previamente pela professora, considerando os diferentes níveis de proficiência Matemática e priorizando a heterogeneidade. A distribuição de funções dentro dos grupos foi realizada de forma aleatória, variando a cada encontro, e a estrutura dos temas trabalhados está detalhada no Quadro 4.

Quadro 4 – Organização Didático-Metodológica dos Encontros com Modelagem Matemática e Trabalho Colaborativo

ORGANIZAÇÃO DOS ENCONTROS
1º Encontro - Avaliação Diagnóstica O encontro teve como objetivo mapear os conhecimentos prévios, percepções e experiências dos alunos sobre Matemática e metodologias de ensino. A aula iniciou com a elaboração de uma nuvem de palavras a partir da pergunta “O que é Matemática para você?”, promovendo escuta ativa e valorização das vozes estudantis. Em seguida, foi aplicada uma avaliação diagnóstica com questões sobre metodologias, trabalho em grupo e modelagem, além de conteúdos sobre funções, identificando conhecimentos consolidados e lacunas de aprendizagem.
2º Encontro – Preparando os estudantes para a colaboração Focado no fortalecimento das habilidades socioemocionais, este encontro envolveu a dinâmica *Círculos Partidos*, que estimulou cooperação, escuta ativa e comunicação. Após a atividade, foi construída coletivamente uma lista de normas de convivência e colaboração, estabelecendo as bases para um ambiente de respeito e corresponsabilidade nos próximos encontros.
3º Encontro – Explorando o Trabalho Colaborativo em Funções e Padrões na Matemática Os alunos, organizados em grupos, analisaram sequências numéricas relacionadas a plantações (maçãs e pinheiros), conectando o conteúdo à realidade rural local. A atividade promoveu a transição do pensamento aritmético ao algébrico, com a construção de expressões e gráficos, favorecendo a compreensão das funções do 1º e 2º grau e o fortalecimento de habilidades comunicativas e colaborativas.
4º Encontro - Modelagem Matemática de Função do 1º Grau ou Afim: Festa de Formatura Foi proposta a organização de uma festa de formatura, com modelagem de custos utilizando funções do 1º grau. Os alunos relacionaram variáveis como número de convidados e orçamento, construindo e analisando modelos matemáticos com foco em coeficiente angular, termo constante e gráficos. A atividade aliou raciocínio matemático, tomada de decisão e planejamento financeiro em um contexto real.
5º Encontro - Modelagem Matemática de Função do 1º Grau ou Afim: Álbum de

Figurinhas e Construtor de Habilidades Colaborativas. Após a dinâmica *Muitos Pontinhos*, voltada à escuta e organização, os estudantes modelaram estratégias de preenchimento de álbuns de figurinhas, representando o custo por meio de funções afins. Trabalharam conceitos como taxa de variação e construção de gráficos, aproximando a Matemática de vivências cotidianas e promovendo decisões baseadas em dados.
6º Encontro - Modelagem Matemática de Função do 2º Grau ou Quadrática: Horta Escolar e um Construtor de Habilidades Colaborativas. Combinando sustentabilidade e Matemática, os alunos participaram da dinâmica *Projetista Mestre* e, em seguida, planejaram a implantação de uma horta escolar. Utilizaram funções do 2º grau para otimizar o espaço e organizar áreas produtivas, trabalhando vértice, raízes e concavidade, enquanto refletiam sobre práticas sustentáveis e colaboração.
7º Encontro - Modelagem Matemática e Função Exponencial: Viralizando Mensagens Explorando a disseminação de mensagens em redes sociais, os estudantes modelaram matematicamente o crescimento de compartilhamentos com base em funções exponenciais. A atividade possibilitou a compreensão do crescimento acelerado e da base da função, relacionando Matemática ao universo digital e à análise crítica de fenômenos sociais.
8º Encontro - Modelagem Matemática e Razões Trigonométricas e Acessibilidade. Com foco na inclusão, os alunos analisaram barreiras arquitetônicas na escola e planejaram rampas de acesso. Utilizaram razões trigonométricas para calcular a inclinação, relacionando altura, base e ângulo. A atividade uniu conhecimento matemático, cidadania e consciência social.
9º Encontro - Modelagem Matemática e Função Trigonométrica: Fenômenos Periódicos Os estudantes investigaram fenômenos oscilatórios, como pêndulos, marés e vibrações, e modelaram matematicamente um deles com funções seno ou cosseno. Trabalharam amplitude, período e frequência, compreendendo propriedades das funções trigonométricas e desenvolvendo autonomia investigativa e representação de situações reais.
Avaliação Final - Google Forms Ao término dos encontros, foi aplicada uma avaliação final por meio da plataforma Google Forms, com o objetivo de analisar a trajetória de aprendizagem dos estudantes ao longo do projeto. A avaliação foi elaborada de forma a contemplar tanto os aspectos conceituais relacionados ao estudo das funções matemáticas, incluindo funções do 1º e 2º grau, exponenciais e trigonométricas, quanto os elementos relacionados ao desenvolvimento

de competências socioemocionais no contexto do trabalho em grupo. Essa estratégia permitiu identificar avanços individuais e coletivos, oferecendo subsídios para avaliar o resultado das práticas de Modelagem Matemática aliadas ao trabalho em grupo como recursos didáticos no processo de ensino e aprendizagem.

Fonte: Elaboração própria 2025.

Ao término de cada encontro, foi entregue aos alunos um questionário autoavaliativo, que se encontra no Apêndice B, visando proporcionar a eles a oportunidade de avaliar e registrar por escrito suas percepções e impressões sobre a atividade realizada, promovendo um processo contínuo de reflexão e engajamento.

Ao final da coleta de dados, os alunos responderam a um questionário avaliativo de saída, disponibilizado no Apêndice D, que possibilitou uma análise conclusiva sobre o resultado das atividades realizadas. Simultaneamente, a professora-pesquisadora elaborou um diário reflexivo para cada encontro, seguindo as orientações de Zabalza (2004). O diário da professora/pesquisadora se tornou uma fonte valiosa de registro e reflexão, reunindo impressões e observações detalhadas sobre o desenvolvimento das atividades em sala de aula.

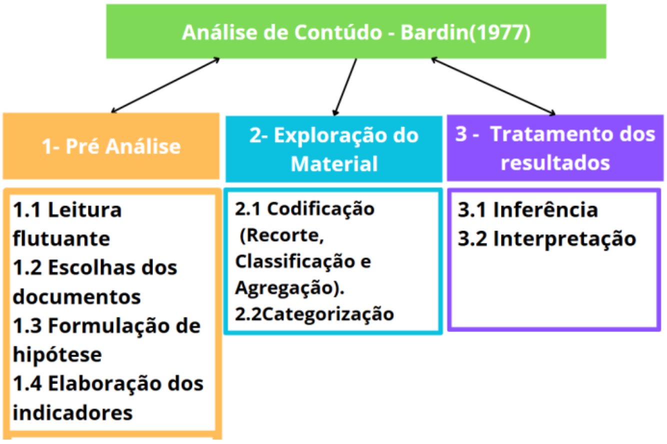
3.4 Procedimentos para Análise de informações (dados)

A análise das informações foi conduzida, com base no diário reflexivo da professora/pesquisadora, nas gravações de alguns encontros e em suas respectivas transcrições, realizada pela própria pesquisadora. A partir de uma leitura minuciosa de todo o processo de aprendizagem, os dados foram descritos de forma detalhada, considerando os registros, documentos analisados, ações pedagógicas e intervenções ocorridas ao longo dos encontros.

As observações em sala de aula foram analisadas segundo a metodologia de Análise de Conteúdo proposta por Bardin (1977), amplamente utilizada em pesquisas qualitativas por possibilitar uma interpretação aprofundada dos dados por meio da categorização e sistematização das informações. O processo analítico foi estruturado em três fases: Pré-análise, Exploração do Material e Tratamento dos Resultados.

A Figura 14 apresenta uma síntese dessas fases, conforme delineadas pela autora, destacando os procedimentos que fundamentam a análise de conteúdo.

Figura 14 – Etapas da Análise de Bardin



Fonte: Adaptado de Bardin (1977).

#ParaTodosVerem: Fluxograma composto por três quadros dispostos horizontalmente. À esquerda, o primeiro quadro indica a etapa de pré - análise, voltada à organização do material e à definição dos objetivos da análise. No centro, o segundo quadro representa a exploração do material, momento em que se realizam as codificações e o agrupamento das unidades de registro. À direita, o terceiro quadro mostra o tratamento dos resultados obtidos, com interpretação e categorização dos dados. A imagem resume o percurso metodológico utilizado na análise do material coletado na pesquisa.

Com base nas três fases propostas por Bardin (1977): pré - análise, exploração do material e tratamento dos resultados, foi possível organizar e interpretar os dados da pesquisa de forma sistemática, o que permitiu a identificação de padrões de sentido relacionados às experiências vividas pelos estudantes durante as atividades desenvolvidas. A análise de conteúdo revelou aspectos significativos do processo de aprendizagem e das interações em sala, resultando na definição de seis categorias principais que orientaram a leitura e a discussão dos dados:

1. Trabalho Colaborativo e Comunicação
2. Desenvolvimento de Habilidades Matemáticas;
3. Estratégias de Inclusão e Equidade;
4. Autonomia e Participação Estudantil;
5. Aproximação entre Matemática e Realidade com Modelagem Matemática;
6. Evolução da Professora/ pesquisadora

Na seção seguinte, serão apresentadas a análise e a discussão dos dados coletados, detalhando o percurso metodológico adotado e o processo de construção das categorias analíticas. Serão evidenciados os principais resultados obtidos, estabelecendo relações entre as reflexões teóricas que fundamentam esta pesquisa. Dessa forma, busca-se destacar a relevância do estudo para a compreensão das dinâmicas de status acadêmico e para o aprimoramento de práticas pedagógicas mais equitativas e inclusivas no ensino de Matemática.

3.5 Protocolo do código de conduta para o uso de Inteligência Artificial Generativa

Neste trabalho, utilizou-se a ferramenta Chat GPT (versão GPT-5), desenvolvida pela OpenAI, como recurso de apoio para a revisão textual e organização de ideias na etapa de elaboração do referencial teórico. O uso da IA limitou-se à reescrita de trechos para adequação à norma culta da língua portuguesa e à sugestão de estruturação lógica dos parágrafos, preservando-se integralmente a autoria intelectual da pesquisadora.

Todas as respostas geradas pela ferramenta foram analisadas criticamente e validadas pela pesquisadora, assegurando que não houvesse distorção conceitual nem inclusão de informações sem respaldo acadêmico. Nenhum dado sensível ou identificação de participantes foi inserido na plataforma, respeitando-se as diretrizes éticas da Resolução nº 510/2016 do Conselho Nacional de Saúde.

A descrição detalhada da ferramenta e sua versão encontra-se registrada nas Referências, conforme as normas da ABNT NBR 6020:2023.

4 ANÁLISE DE DADOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A análise dos dados coletados durante o desenvolvimento do projeto foi fundamentada em diferentes fontes de informações, incluindo o diário reflexivo da pesquisadora. Esse instrumento foi essencial para registrar, de forma detalhada e sistemática, as percepções, observações e reflexões sobre os encontros realizados, bem como as interações entre os estudantes e as intervenções pedagógicas aplicadas.

O diário de campo possibilitou uma abordagem descritiva dos acontecimentos, destacando elementos relevantes do processo de ensino-aprendizagem. As anotações foram organizadas e analisadas seguindo a metodologia de análise de conteúdo proposta por Bardin (1977), permitindo a categorização e interpretação dos registros.

Os trechos do diário de campo destacados nesta análise revelam as dinâmicas observadas e refletem sobre os desafios e êxitos do processo pedagógico, compondo uma narrativa qualitativa que dialoga diretamente com os dados quantitativos coletados.

Na próxima seção, intitulada Registro e Análise das Atividades Colaborativas, descreveremos detalhadamente como as atividades foram desenvolvidas, destacando as contribuições orais dos estudantes, a exposição de seus pensamentos matemáticos e as imagens registradas durante a implementação do projeto. Essa etapa da pesquisa será complementada pela apresentação e análise dos resultados obtidos a partir das atividades realizadas em grupos colaborativos, oferecendo uma visão integrada do impacto do trabalho no desenvolvimento das competências matemáticas e na interação dos alunos.

4.1 Registro e Análise das Atividades Colaborativas

Nesta seção, são apresentados os registros e a análise das atividades colaborativas desenvolvidas ao longo da pesquisa. Cada encontro foi planejado com o objetivo de promover a participação equitativa dos alunos por meio do trabalho em grupo e da Modelagem Matemática. A seguir, serão detalhados os momentos de interação, os desafios enfrentados e as reflexões sobre o resultado dessas práticas na aprendizagem dos estudantes. O primeiro encontro, descrito na próxima subseção, teve como foco a aplicação de uma avaliação diagnóstica para compreender o nível de conhecimento prévio dos alunos e identificar estratégias para a construção coletiva do aprendizado.

4.1.1 Encontro nº 1 - Avaliação diagnóstica

O primeiro encontro teve como objetivo identificar os conhecimentos prévios, percepções e experiências dos estudantes em relação à Matemática e às metodologias de ensino, subsidiando o planejamento das propostas pedagógicas. A aula teve início com uma atividade coletiva de construção de uma nuvem de palavras, a partir da pergunta: "O que é Matemática para você?". Os alunos registraram suas respostas no aplicativo Mentimeter, gerando uma representação visual das ideias que associavam à disciplina, conforme ilustrado na Figura 15.

Figura 15 – Nuvem de palavras.

Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Imagem de uma nuvem de palavras formada a partir das palavras mais mencionadas pelos alunos ao expressarem suas percepções sobre a matemática. Os termos aparecem em diferentes tamanhos e posições, sendo que os mais citados estão em fonte maior. Palavras como "raciocínio lógico", "contas", "padrão", "fórmula", "números", "raciocínio" e "criatividade" estão entre as mais destacadas, refletindo diferentes sentimentos e compreensões dos estudantes em relação à disciplina.

Durante essa etapa, foi possível observar a escuta ativa e o acolhimento das contribuições dos estudantes. As palavras mais frequentes foram "raciocínio lógico", "contas" e "padrão", refletindo uma compreensão básica, porém significativa, sobre o papel da Matemática. Na roda de conversa, alguns alunos mencionaram dificuldades com determinados conteúdos, mas relataram que, ao compreenderem os conceitos, passavam a gostar da disciplina. Essa percepção reforça a importância da atuação do professor na criação de um ambiente de aprendizagem que valorize a escuta, a curiosidade e o uso de metodologias diversificadas.

A análise da nuvem revelou uma visão ampla da Matemática. Termos como "criatividade", "beleza" e "mediar o mundo complexo" sugerem que os estudantes a reconhecem como uma linguagem que ultrapassa fórmulas e cálculos, conectando-se à vida cotidiana. Ao mesmo tempo, palavras como "muita loucura" e "passatempo" indicam que, para alguns, ela também representa desafio e envolvimento intelectual.

Em seguida, foi aplicada uma avaliação diagnóstica escrita, dividida em duas partes. A primeira parte com questões abertas sobre a percepção da Matemática, o uso de metodologias diferenciadas e trabalho em grupo. A segunda apresentava questões objetivas relacionadas a funções matemáticas, incluindo gráficos e situações-problema, com foco nas funções do 1º e 2º grau, exponencial, logarítmica e trigonométrica.

Após o preenchimento individual, os alunos foram organizados em grupos para uma roda de discussão, em que socializaram suas respostas e refletiram coletivamente sobre as questões propostas. Essa etapa possibilitou identificar dificuldades recorrentes, como a escolha da função adequada para resolver problemas, a construção da lei de formação e o reconhecimento de gráficos.

Os resultados da avaliação foram sistematizados e discutidos na seção seguinte, servindo de base para o planejamento dos próximos encontros. A proposta pedagógica foi estruturada de modo a considerar os diferentes níveis de familiaridade dos estudantes com as funções matemáticas, promovendo a equidade na aprendizagem desde o início do processo.

PARTE I – RELAÇÃO COM A MATEMÁTICA

Nesta seção, apresenta-se a análise das respostas obtidas pelos estudantes no questionário diagnóstico inicial, com destaque para as principais ideias, dificuldades e percepções relatadas pelos participantes. O Quadro 5 apresenta as questões aplicadas aos estudantes, servindo como base para a identificação dos aspectos centrais abordados.

Quadro 5 – Questionário de entrada

PARTE I – RELAÇÃO COM METODOLOGIAS
Questão 1 - Por que é importante aprender Matemática hoje em dia? **Questão 2** - Em sua opinião, por que os alunos têm dificuldade para aprender matemática? **Questão 3** - Você acha importante que os professores utilizarem metodologias diversificadas para ensinar matemática? **Questão 4** - Qual a importância do trabalho em grupos colaborativos nas aulas de matemática? **Questão 5** - Você sabe o que é modelagem matemática? **Questão 6 -** Faça um breve comentário sobre a afirmação: “Uma forma eficiente de despertar o interesse pela matemática é apresentar aos estudantes situações e problemas reais em que a matemática desempenha um papel importante. Que promova uma conexão dos conceitos matemáticos com o cotidiano dos estudantes, mostrando como a matemática está presente em suas vidas”.

Fonte: Elaboração própria 2025.

As respostas dos estudantes sobre a importância de aprender Matemática evidenciam que eles reconhecem sua utilidade em diversos contextos cotidianos, como o planejamento financeiro, a organização de horários, e sua aplicação em vestibulares, Enem e concursos públicos. Também foi mencionada a contribuição da Matemática para o desenvolvimento do raciocínio lógico, demonstrando sua valorização enquanto ferramenta cognitiva. No entanto, a visão apresentada ainda é predominantemente utilitarista, limitada a situações práticas e imediatas. Esse cenário reforça a necessidade de ampliar o debate sobre a Matemática como linguagem universal e instrumento para interpretar e compreender a realidade de forma mais ampla.

Quanto às dificuldades relatadas, foi possível agrupá-las em três eixos principais:

- Relacionadas aos professores e metodologias de ensino: Muitos estudantes apontaram a falta de criatividade nas aulas, o uso excessivo de teoria e a ausência de atividades contextualizadas. Esses relatos indicam a demanda por práticas pedagógicas mais dinâmicas, que estimulem a participação ativa e tornem o conteúdo mais significativo.
- Relacionadas aos conteúdos matemáticos: Temas como álgebra — especialmente o uso de letras em expressões e as chamadas 'regras' — foram frequentemente citados como complexos e confusos. Tais dificuldades podem sinalizar falhas na consolidação dos fundamentos matemáticos e na conexão entre abstrações e aplicações práticas.
- Relacionadas ao ambiente escolar: Questões como o número elevado de alunos por sala, a falta de atenção coletiva e a ausência de estratégias que promovam o engajamento foram destacadas como fatores que comprometem o processo de aprendizagem. Além disso, aspectos emocionais como frustração, ansiedade e tédio diante de desafios matemáticos também foram mencionados.

Apesar desses desafios, os estudantes demonstram uma percepção positiva sobre o uso de metodologias diversificadas, reconhecendo que abordagens inovadoras favorecem o interesse e a compreensão dos conteúdos. Ao enfatizarem que diferentes alunos aprendem de maneiras distintas, reforçam a importância de estratégias pedagógicas inclusivas e adaptadas às características da turma. As respostas revelam que uma aula bem planejada, com propostas envolventes, tem potencial para transformar a relação dos estudantes com a Matemática.

O trabalho em grupo tem sido amplamente reconhecido como uma prática pedagógica eficiente para o ensino de Matemática. Os estudantes demonstram apreço pela oportunidade de socializar conhecimentos, esclarecer dúvidas e aprender com os colegas. Como exemplificado nas falas dos estudantes **E7** e **E16**:

> ***E7:*** *Professora, eu gosto muito de fazer atividade em grupo porque um ajuda o outro.*
> ***E16:*** *Eu tenho dificuldade em matemática e, quando eu sento em grupo, consigo entender melhor do que sozinha.*

Além disso, a colaboração é vista como uma estratégia eficiente para tornar as aulas mais dinâmicas e menos desgastantes, criando um ambiente de aprendizado mais descontraído e produtivo. Essa percepção reflete o potencial do trabalho em grupo como uma ferramenta valiosa para promover o engajamento dos alunos e a troca de saberes, especialmente em contextos nos quais as dificuldades individuais podem ser superadas por meio da colaboração coletiva. Para a análise das atividades realizadas em grupo, foram considerados os seguintes eixos, conforme apresentado no Quadro 6.

Quadro 6: Eixos de Análise para o Trabalho em Grupo

Eixo de Análise	Descrição
Engajamento e Participação	Refere-se à participação ativa dos estudantes nas atividades em grupo e à disposição para colaborar com os colegas.
Superação de Dificuldades Individuais	Envolve como o trabalho em grupo auxilia os estudantes a superar dificuldades pessoais de aprendizagem, proporcionando um ambiente de apoio mútuo.
Socialização e Troca de Saberes	Analisa a interação entre os estudantes, destacando a troca de conhecimentos, ideias e estratégias durante as atividades colaborativas.
Ambiente Dinâmico e Descontraído	Considera o impacto da colaboração na criação de um ambiente de aprendizagem mais relaxado e motivador, onde os estudantes se sentem mais à vontade para aprender.
Desenvolvimento de Habilidades Sociais	Enfatiza como o trabalho em grupo contribui para o desenvolvimento de competências sociais e emocionais, como a comunicação, o respeito e a empatia.

Fonte: Elaboração Própria 2025.

Os resultados iniciais indicam que a maioria dos estudantes não demonstra familiaridade com o conceito de Modelagem Matemática, muitas vezes associando-o a práticas tradicionais ou a um ‘modelo padrão’ de aula. Essa percepção revela uma compreensão limitada sobre o potencial dessa metodologia como ferramenta pedagógica, o que pode estar relacionado à falta de experiências anteriores que articulem a Matemática a contextos reais e significativos.

Diante disso, torna-se fundamental implementar estratégias que favoreçam a compreensão e valorização da Modelagem Matemática no ambiente escolar. Atividades introdutórias que demonstrem, na prática, como essa abordagem pode ser aplicada na resolução de problemas do cotidiano são um caminho promissor. Além disso, é importante incentivar a reflexão sobre a aplicabilidade da Matemática em diferentes contextos, promovendo a exploração colaborativa de situações reais. Essa combinação pode ampliar o entendimento sobre a metodologia e também fortalecer o engajamento dos estudantes, proporcionando uma aprendizagem mais ativa e contextualizada.

As respostas à afirmação sobre a importância de relacionar a Matemática ao cotidiano foram amplamente positivas. Os estudantes reconhecem que essa conexão facilita a compreensão dos conteúdos e aumenta o interesse pela disciplina. Ressaltaram, ainda, o papel essencial de professores que saibam apresentar os conceitos de forma acessível e contextualizada, reforçando a importância de práticas pedagógicas significativas e alinhadas à realidade dos alunos.

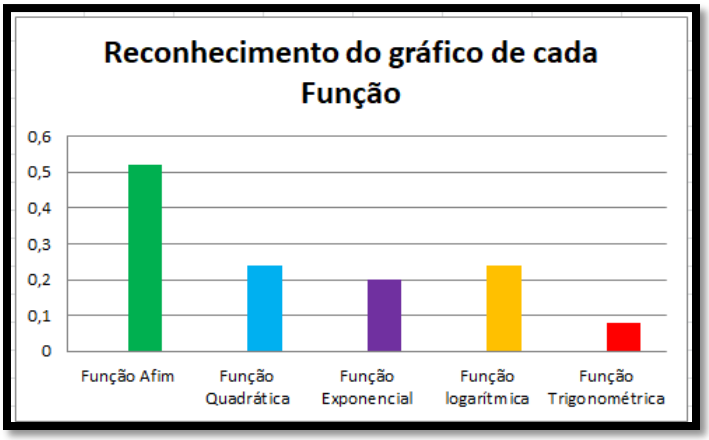
De modo geral, a análise das respostas evidencia que os estudantes possuem consciência tanto das dificuldades enfrentadas quanto do impacto positivo de metodologias inovadoras no ensino da Matemática. Os dados reforçam a necessidade de práticas que considerem as especificidades do público-alvo, adotando abordagens diversificadas, contextualizadas e colaborativas. A introdução da Modelagem Matemática, nesse contexto, mostra-se uma estratégia potente para ampliar a visão dos alunos sobre a Matemática, promovendo a construção de sentido, o pensamento crítico e a aproximação com situações reais.

PARTE II – CONHECIMENTOS SOBRE FUNÇÕES

A análise dos resultados obtidos na avaliação diagnóstica aplicada a 29 estudantes da segunda série do Ensino Médio teve como objetivo investigar seus conhecimentos prévios sobre o tema de funções, com foco na identificação e resolução de situações-problema. O instrumento avaliativo foi estruturado em duas seções complementares. A primeira consistia na identificação gráfica de funções, na qual os estudantes deveriam reconhecer e associar diferentes representações gráficas aos respectivos tipos de função (afim, quadrática, exponencial e trigonométrica). A segunda seção envolvia a resolução de situações-problema contextualizadas, exigindo dos alunos a identificação do tipo de função envolvida, a determinação de sua lei de formação e a resolução das questões propostas com base em interpretações Matemáticas. Essa estrutura permitiu avaliar tanto a capacidade de leitura e interpretação gráfica quanto a aplicação de conceitos funcionais em contextos diversos.

Os resultados obtidos na primeira seção foram organizados e apresentados por meio de gráficos construídos no aplicativo Excel, conforme ilustrado na figura 16.

Figura 16 - Gráfico de desempenho dos estudantes na identificação gráfica de funções.



Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Gráfico de barras com cinco colunas, cada uma representando o desempenho dos estudantes na identificação gráfica de diferentes tipos de funções: afim, quadrática, exponencial, logarítmica e trigonométrica. As colunas estão dispostas da esquerda para a direita, com a maior coluna representando a função afim e as menores gradualmente à direita, conforme os tipos de funções mais complexas. O gráfico ilustra como o desempenho dos estudantes varia entre as diferentes funções matemáticas abordadas.

A seguir, apresentam-se os dados de forma mais detalhada, com base nas informações exibidas no gráfico.

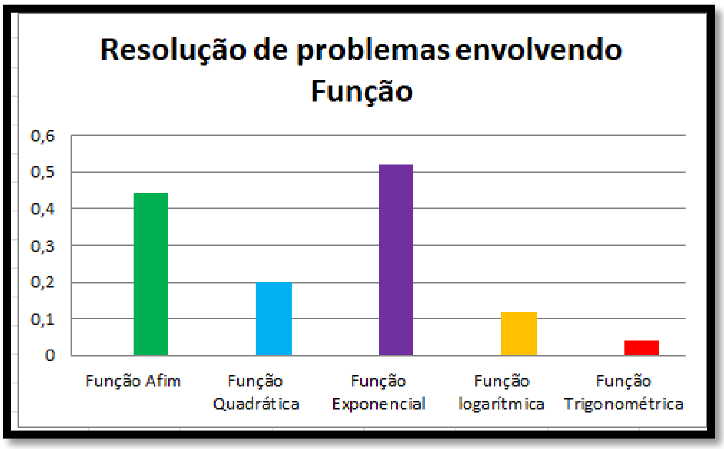
- Função Afim: 52% de acertos (13 estudantes).
- Função Quadrática: 24% de acertos (6 estudantes).
- Função Exponencial: 20% de acertos (5 estudantes).
- Função Logarítmica: 24% de acertos (6 estudantes).
- Função Trigonométrica: 8% de acertos (2 estudantes).

Os dados obtidos evidenciam que os estudantes demonstram uma familiaridade relativa com a função afim, a qual apresentou o maior índice de acertos na avaliação diagnóstica. Esse resultado pode estar relacionado à introdução precoce dos gráficos lineares ainda nos anos finais do Ensino Fundamental, o que favorece maior reconhecimento visual e compreensão do comportamento dessa função. Por outro lado, as funções quadrática, exponencial, logarítmica e trigonométrica apresentaram índices de acerto significativamente baixos, situando-se abaixo da faixa de 40%, o que caracteriza um desempenho insatisfatório. Em especial, o desempenho referente à função trigonométrica foi considerado crítico, com apenas 8% de acertos.

Esses dados sugerem que os estudantes possuem dificuldades em interpretar graficamente funções mais complexas, o que pode estar relacionado à ausência de práticas significativas de ensino que articulem linguagem gráfica, simbólica e contextual. Conforme ressalta Barbosa (2009), o ensino de Matemática ainda se encontra, muitas vezes, limitado a procedimentos formais e descontextualizado, o que compromete o desenvolvimento da compreensão conceitual e a formação de uma postura investigativa por parte dos estudantes. Nesse sentido, o baixo desempenho dos estudantes evidencia a necessidade de estratégias pedagógicas que promovam a leitura crítica e a ressignificação dos conteúdos matemáticos no contexto escolar.

Nas questões de 2 a 6, que envolveram a resolução de situações-problema, os estudantes foram desafiados a identificar o tipo de função, construir a respectiva lei de formação e resolver os problemas apresentados. O desempenho dos estudantes nessas atividades encontra-se representado na figura 17.

Figura 17 - Gráfico de desempenho dos estudantes nas situações problema.



Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Gráfico de barras composto por cinco colunas, cada uma representando o desempenho dos estudantes em relação às diferentes funções: afim, quadrática, exponencial, logarítmica e trigonométrica. As colunas estão organizadas da esquerda para a direita, sendo a maior coluna correspondente à função afim, com as demais colunas diminuindo gradualmente de altura à medida que a complexidade das funções aumenta. O gráfico ilustra a variação no desempenho dos alunos ao resolverem situações-problema envolvendo essas funções.

A seguir, são apresentados os dados de maneira mais detalhada, com base nas informações fornecidas pelo gráfico:

- Função Afim: 44% de acertos (11 estudantes).
- Função Quadrática: 20% de acertos (5 estudantes).
- Função Exponencial: 52% de acertos (13 estudantes).
- Função Logarítmica: 12% de acertos (3 estudantes).
- Função Trigonométrica: 4% de acertos (1 estudante).

Os resultados apontam maior facilidade dos alunos na resolução de problemas envolvendo funções afins e exponenciais. No entanto, apesar da familiaridade visual com a função afim, o desempenho ainda foi inferior ao esperado, o que pode indicar dificuldades em aplicar conceitos já conhecidos em novos contextos. Por outro lado, a função exponencial, embora pouco reconhecida graficamente, teve o maior índice de acertos. Isso pode estar relacionado à familiaridade dos estudantes com situações envolvendo potenciação, como crescimento populacional ou juros compostos, temas recorrentes desde o Ensino Fundamental.

As funções logarítmica e trigonométrica apresentaram os piores desempenhos, tanto na identificação gráfica quanto na resolução de problemas. Isso sugere que os estudantes encontram dificuldades em compreender o comportamento dessas funções e em associá-las a situações do mundo real, revelando uma lacuna no processo de ensino-aprendizagem desses conteúdos.

Entre as principais fragilidades identificadas, destacam-se:

- Identificação e Interpretação: Os estudantes demonstraram baixa habilidade para reconhecer gráficos e relacioná-los a contextos-problema, o que aponta para a necessidade de abordagens mais visuais e contextualizadas.
- Construção da Lei de Formação: Muitos alunos apresentaram dificuldades em interpretar situações e formular corretamente as expressões das funções, especialmente nas funções logarítmica e trigonométrica. Isso pode ser reflexo de um ensino excessivamente mecânico, com pouca ênfase no significado dos parâmetros e nas características específicas de cada função.

Diante desse diagnóstico, algumas estratégias pedagógicas podem ser adotadas para superar as dificuldades de aprendizagem relacionadas às funções, como a exploração visual e tecnológica, por meio do uso de softwares de gráficos e simuladores que possibilitam aos estudantes visualizar o comportamento das funções e compreender suas aplicações; a contextualização de problemas, inserindo situações do cotidiano que envolvam diferentes tipos de funções, como o crescimento populacional (exponencial), a intensidade sonora (logarítmica) ou os movimentos periódicos (trigonométrica); a interdisciplinaridade, relacionando os conteúdos matemáticos a áreas como física e biologia, de modo a ampliar a compreensão e tornar a aprendizagem mais significativa; e, por fim, o desenvolvimento de atividades colaborativas, que promovam o trabalho em grupo, incentivando o diálogo e a troca de estratégias na resolução de problemas.

Em síntese, a avaliação diagnóstica evidenciou que, embora alguns conteúdos sejam mais acessíveis aos estudantes, como as funções afim e exponencial, ainda há importantes barreiras na compreensão e aplicação de outros tipos de funções. Um planejamento pedagógico que priorize estratégias visuais, práticas e colaborativas pode contribuir para superar essas dificuldades e promover um aprendizado mais profundo e contextualizado.

4.1.2 Encontro n° 2 – Preparando os Estudantes para a Colaboração

A aula estava programada para a quinta aula do dia, logo após o intervalo. Durante esse tempo, organizei antecipadamente o espaço da sala em formato de grupos, com 5 estudantes e com os nomes em cada carteira, buscando assim favorecer o início das atividades em um ambiente colaborativo. Como destacam Weinstein e Novodvorsky (2015), nas escolas de Ensino Médio, o ambiente físico muitas vezes é negligenciado devido à rotatividade dos professores entre as salas, dificultando a criação de espaços intencionais de aprendizagem. No entanto, segundo as autoras, “o ambiente físico tem impacto direto nos sentimentos, pensamentos e comportamentos de professores e alunos”, sendo fundamental planejá-lo com cuidado, como parte da gestão da sala de aula e demonstração de acolhimento aos estudantes.

Ao final do intervalo, os alunos entraram e demonstraram surpresa ao verem as carteiras organizadas em grupos. Cumprimentei a turma com um “bom dia” e recebi respostas imediatas, seguidas de questionamentos sobre a proposta da aula.

> *O estudante E25 perguntou:*
> ***E25:*** *Todas as aulas serão realizadas em grupos?*
> ***Professora:*** *Nem todas, E25. Mas em algumas aulas vamos sim trabalhar em grupos, porque esse formato ajuda vocês a trocarem ideias, pensarem juntos e aprenderem de forma mais ativa. Além disso, cada um de vocês vai ter um papel importante no grupo, e isso contribui para que todos participem e desenvolvam habilidades diferentes.*
> ***E11:*** *Professora, eu gostaria de trocar de grupo.*
> ***Professora:*** *Entendo E11. É normal às vezes a gente não se sentir completamente à vontade no grupo em que está. Mas esse trabalho em grupo também é uma oportunidade para fazermos novas amizades, desenvolvermos o respeito, a escuta e a colaboração com diferentes colegas — algo que vamos precisar muito na vida fora da escola também. Que tal tentar esse encontro com seu grupo? Se depois disso você ainda achar necessário, a gente conversa pode ser?*

Após o diálogo, ressaltei aos estudantes a importância de ampliar as interações sociais e de construir novas amizades como parte fundamental do processo de aprendizagem colaborativa. Expliquei que a dinâmica em grupos exigiria não apenas um compromisso com as tarefas escolares, mas também uma disposição para rever posturas, tanto da professora quanto dos alunos. Enfatizei que o trabalho em equipe vai além da divisão de tarefas: ele exige escuta, empatia e responsabilidade compartilhada. Reforcei que, para que o ambiente se tornasse mais acolhedor e produtivo, seria essencial promover momentos que favorecessem o conhecimento mútuo, fortalecendo os vínculos de convivência e criando condições para um trabalho coletivo mais respeitoso, inclusivo e equitativo.

Ao observar tentativas de desestabilização do ambiente por parte de alguns estudantes, percebi a necessidade de reorganizar minha abordagem. Conforme destacam Cohen e Lotan (2017), o trabalho em grupo representa uma mudança significativa nas regras tradicionais da sala de aula, exigindo que os alunos compreendam os objetivos pedagógicos da formação dos grupos e desenvolvam habilidades de colaboração. As autoras observam, ainda, que muitos estudantes interpretam essa organização como uma tentativa de forçar interações com colegas fora de seu círculo, o que pode gerar resistência.

Para dar início à aula, apresentei o tema central — Elaboração de Regras e Normas para a Aprendizagem Colaborativa — e os objetivos propostos:

- Discutir a importância de normas e rotinas para uma convivência harmoniosa;
- Refletir sobre relações de respeito e cuidado no grupo;
- Planejar e implementar regras que favoreçam a organização das atividades coletivas.

Em seguida, apresentei a agenda do dia e propus um exercício de aquecimento: a dinâmica *Círculos Partidos*, recomendada por Cohen e Lotan (2017), que afirmam que “regras e habilidades são mais bem ensinadas por meio de exercícios, jogos e atividades chamadas construtoras de habilidades”. O objetivo era promover engajamento, cooperação e habilidades sociais essenciais para o trabalho em grupo.

Expliquei que cada estudante receberia um envelope com peças de um quebra-cabeça e deveria montar um círculo completo, respeitando regras do jogo:

- Silêncio absoluto durante toda a atividade;
- Não pode pedir uma peça ao colega, a peça precisa ser doada;
- É permitido doar apenas uma peça por vez, sem ajudar o colega a encaixá-la.
- Não pode fazer gestos e sinais;
- Cada Estudante monta seu próprio círculo, sem interferência externa;

A atividade tem duração de 10 minutos, foi pensada para incentivar o raciocínio colaborativo, a atenção às necessidades do grupo e a construção de um ambiente de trabalho cooperativo.

Essa dinâmica visa promover a cooperação dentro de um contexto de regras restritivas, incentivando os participantes a trabalharem juntos para alcançar o objetivo comum, respeitando as limitações e os desafios impostos pela tarefa. O quebra-cabeça que foi entregue aos estudantes era composto por 6 círculos fragmentados, conforme ilustrado na Figura 18:

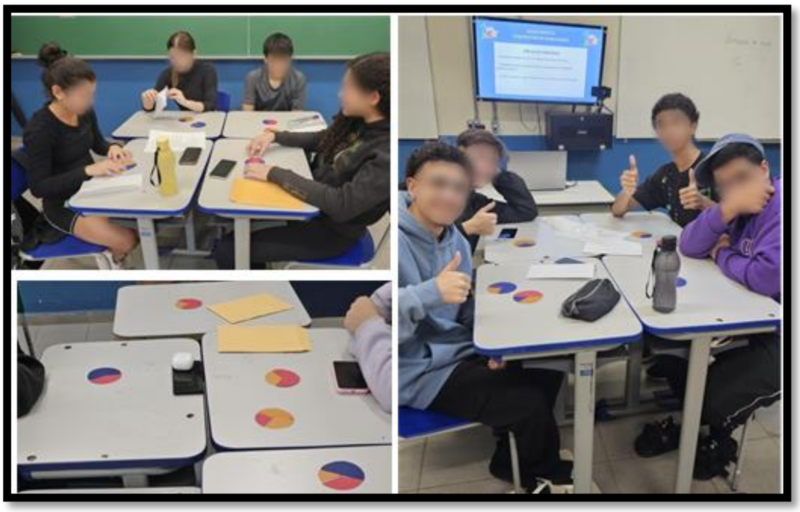
Figura 18 – Construtor de habilidade círculos partido.

Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Imagem de um quebra-cabeça composto por seis círculos partidos, cada um em uma cor diferente. Os círculos estão dispostos de maneira que, juntos, formam uma figuras circulares, mas com partes visíveis de diferentes tamanhos e cores. A atividade visualiza a ideia de construção de habilidades, com cada parte representando uma parte de um todo, simbolizando a integração de habilidades e competências na aprendizagem.

Após a entrega dos envelopes aos estudantes, estes iniciaram a tarefa. Durante a circulação pelos grupos, observei que os alunos demonstraram interesse pela atividade, cumprindo as regras de forma adequada. A atividade foi bem recebida, a ponto de solicitarem sua repetição, realizando duas rodadas adicionais. A Figura 19 apresenta os alunos participando da atividade do construtor de habilidade círculos partidos.

Figura 19 – Estudantes realizando a atividade de construtor de habilidades círculos partidos



Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Três fotos lado a lado mostram alunos sentados em suas carteiras, manipulando o material didático chamados “círculos partidos”. Em cada imagem, os estudantes aparecem concentrados na atividade e, ao final, fazem o sinal de “joia” com o dedo polegar levantado, indicando satisfação com a experiência. O ambiente é de sala de aula, com mesas organizadas em grupos e expressão de engajamento nos rostos dos estudantes.

Os estudantes se engajaram na realização da atividade proposta que os envolveu em uma dinâmica colaborativa cujo objetivo era que todos os grupos conseguissem montar seus círculos a partir da doação de peças. Os grupos tiveram diferentes níveis de sucesso: enquanto alguns atingiram o objetivo, outros enfrentaram dificuldades, especialmente relacionadas à comunicação e à organização. Como parte do processo reflexivo, os estudantes responderam as seguintes questões orientadoras sobre a experiência e compartilharam suas percepções:

- Como foi à experiência no grupo?
- O que ajudou e o que dificultou na realização da atividade?
- Em sua opinião, qual é o objetivo desse jogo?
- Como você se sente em relação ao que aconteceu no seu grupo hoje?
- O que você fez no seu grupo que lhe ajudou a resolver o problema?
- O que você fez que tornou essa resolução mais difícil?
- O que os grupos poderiam fazer melhor no futuro?

Para a socialização dos grupos em relação ao desenvolvimento da atividade, sugeri que alguns estudantes que desejassem comentassem sobre suas experiências e percepções em relação à atividade desenvolvida:

> ***E26:*** *Nós gostamos muito da atividade e estimulou o instinto coletivo, para que todos conseguissem montar o seu círculo.*
> ***E7:*** *Foi uma experiência interessante e inovadora, pois tivemos que pensar que em grupo e não em si mesmo.*
> ***Professora****: Esse é um dos objetivos da atividade: aprender a pensar com o outro, não apenas para o outro.*
> ***E9:*** *O que ajudou foi o trabalho em equipe e o que dificultou foi a falta de comunicação, pela regra de não poder fala.*
> ***Professora:*** *É interessante perceber como a comunicação pode acontecer também com gestos, olhares e atitudes.*
> ***E23:*** *Eu achei difícil ter que controlar o impulso de pedir ou pegar a peça do colega.*
> ***Professora:*** *Esse controle é parte do exercício de empatia e respeito pelo tempo do outro.*
> ***E7:*** *A atividade ajuda a desenvolver habilidades sociais e empatia.*
> ***E26:*** *Os grupos poderiam combinar uma estratégia antes de começar o jogo.* ***Professora:*** *Ótima observação! Planejar juntos antes de agir é uma habilidade valiosa, dentro e fora da matemática.*

As reflexões dos estudantes ao final da dinâmica indicam que a atividade foi bem-sucedida em estimular habilidades interpessoais e promover discussões significativas sobre o trabalho em grupo. Comentários como os de E7 e E26 revelam que a proposta favoreceu o desenvolvimento do senso coletivo e da empatia, enquanto outras falas apontaram desafios importantes, como a falta de comunicação ou o impulso individual em contextos que exigiam cooperação. Essas dificuldades evidenciam a necessidade de ajustes, especialmente no que diz respeito à preparação dos alunos para atuarem em dinâmicas colaborativas. A inclusão de momentos prévios para o planejamento estratégico dos grupos pode potencializar os resultados de atividades futuras, contribuindo para o fortalecimento das competências sociais e colaborativas dos estudantes.

A partir da observação atenta dos grupos durante a atividade, percebi que, mesmo diante de uma proposta explicitamente colaborativa, muitos estudantes ainda apresentavam dificuldades em ouvir o colega, respeitar os turnos de fala e construir ideias coletivamente. Essa constatação me levou a refletir sobre a importância do meu papel como mediadora nesse processo. Entendi que, mais do que conduzir as etapas da atividade, minha atuação deveria se concentrar em promover espaços seguros de escuta, diálogo e valorização das diferentes formas de participação. Foi nesse movimento que passei a reconhecer o valor de pequenas interações, um olhar de consentimento, um gesto de espera ou uma palavra de encorajamento, como sinais de progresso no desenvolvimento comunicativo dos alunos. Essa experiência me levou a repensar estratégias que favoreçam ainda mais a escuta ativa e a inclusão, fortalecendo a base do trabalho colaborativo em sala de aula.

Para o desenvolvimento da segunda atividade, relembrei os papéis de responsabilidade atribuídos aos integrantes dos grupos: Facilitador, Harmonizador, Repórter, Monitor de Recursos e Controlador do Tempo. A definição das funções foi feita com base no número de letras do primeiro nome de cada integrante do grupo: o estudante com o maior número de letras assumiu a função de facilitador, e os demais seguiram a ordem preestabelecida.

Ressaltei a importância das normas de colaboração para o bom andamento do trabalho em grupo e, em seguida, conduzi uma roda de conversa com o objetivo de contextualizar essas normas e estimular a reflexão coletiva. As discussões foram orientadas por perguntas como:

- A escola possui um conjunto de regras formalizado e compartilhado com todos?
- Essas regras são conhecidas e respeitadas pela comunidade escolar?
- Qual a importância das normas para a organização do trabalho em grupo?

Os estudantes mencionaram como regras mais comum na escola: a proibição do uso de celulares em aula, o respeito aos horários, a restrição de correr nas escadas e a necessidade de seguir a fila da merenda. Reconheceram a importância dessas normas para o funcionamento da escola, mas apontaram que nem todos as cumprem, o que pode gerar conflitos e dificultar a convivência.

A discussão permitiu ampliar a compreensão dos estudantes sobre a relevância de regras específicas para a colaboração, o respeito mútuo e o bom funcionamento do grupo. Ao relacionarem essas práticas ao cotidiano escolar, reforçaram a necessidade de estabelecer e respeitar diretrizes claras em ambientes coletivos.

Para concluir a atividade, entreguei ao monitor de recursos de cada grupo o cartão com a tarefa correspondente (disponível no Apêndice F). Os grupos foram orientados a executar a atividade e elaborar um cartaz no tempo estipulado de 20 minutos.

Durante o desenvolvimento da atividade, acompanhei os grupos, observando as discussões e interações. Notei que o estudante **E14** permanecia no grupo, mas demonstrava pouca participação. Reconhecendo a necessidade de incentivá-lo, aproximei-me do grupo e questionei:

> ***Professora****: Todos do grupo contribuíram com sugestões para as regras escolhidas? E você,* ***E14****, qual foi a sua sugestão?*
> ***E14****: Eu acho importante não ser grosseiro com os colegas.*
> ***Professora****: Muito bem,* ***E14****!*

Com o objetivo de valorizar a contribuição do estudante e reforçar a importância de sua participação, dirigi-me ao grupo e complementei:

> ***Professora****: Na elaboração do cartaz, aproveitem a sugestão do colega.*

Prosseguindo pelo ambiente, observei que outros grupos estavam debatendo a validade das regras e discutindo a possibilidade de todos cumprirem os princípios propostos. Notei também que o estudante **E9** exercia um papel de liderança, organizando as ações do grupo. Em contrapartida, percebi que alguns estudantes estavam distraídos, envolvidos em brincadeiras. Essa distração refletia uma dificuldade em compreender a relevância das regras para uma convivência harmoniosa e produtiva. Alguns estudantes expressaram que a elaboração de regras não era importante para uma aula de Matemática, considerando que as normas já existentes na escola seriam suficientes.

Nesse contexto, a estudante **E23** direcionou-me a seguinte pergunta:

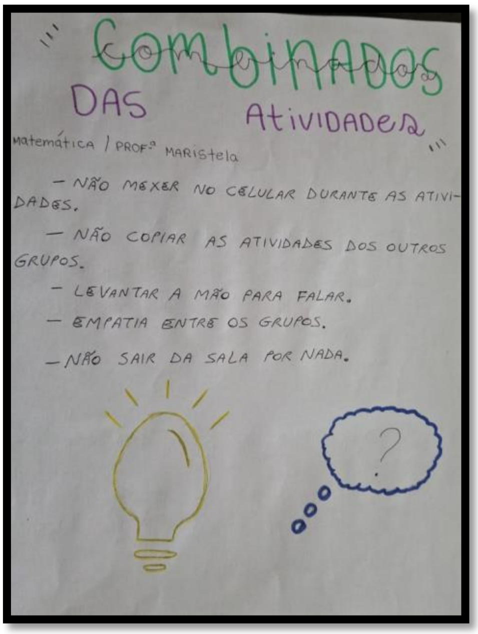
> ***E23****: Professora, em que essa atividade de hoje vai me ajudar a aprender matemática.*

Em resposta, expliquei que o objetivo da atividade era promover uma reflexão sobre o trabalho coletivo e a importância da equidade. Ressaltei que, em um contexto colaborativo, é essencial que todos compreendam a tarefa, uma vez que o professor, sozinho, não consegue atender individualmente a todos os alunos. Nesse sentido, destaquei o valor do apoio mútuo entre colegas como parte fundamental do processo de aprendizado e da construção de um ambiente inclusivo e participativo.

Ao término do tempo destinado à realização da atividade, deu-se início à socialização das respostas entre os grupos. No Grupo 1, o repórter designado foi o estudante **E26**, que apresenta bom desempenho acadêmico e demonstra facilidade para se expressar em público. Durante a apresentação, **E26** destacou que, no cartaz elaborado por seu grupo, optaram por registrar as opiniões individuais de cada integrante, em vez de selecionar uma única regra.

Ele também mencionou que **E26** assumiu a tarefa de confeccionar o cartaz devido à sua habilidade em escrita legível e organizada. As regras selecionadas pelo grupo são as seguintes: não mexer no celular; não copiar as atividades dos outros grupos; levantar a mão para falar; empatia entre os grupos e não sair da sala, elas estão representadas no cartaz ilustrado na Figura 20.

Figura 20 - Combinados do grupo 1.

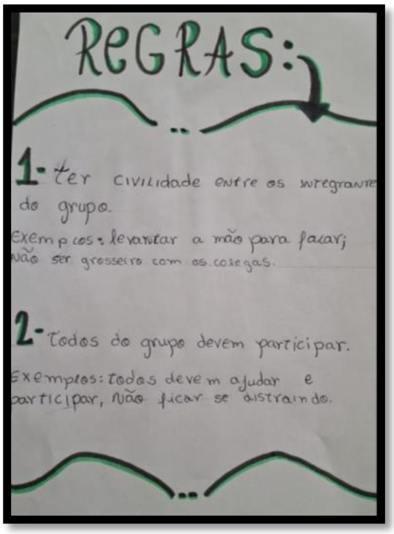


Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Imagem de um cartaz produzido pelo grupo 1, contendo algumas regras elaboradas pelos estudantes. O cartaz apresenta um conjunto de combinados organizados em listas ou tópicos, com textos breves que destacam as normas para o trabalho colaborativo. As informações estão dispostas de forma clara e estruturada, com destaque para a colaboração e o respeito entre os membros do grupo.

O grupo 2 o repórter era o Estudante **E14** mas ele é muito tímido, solicitou a ajuda de E9 que por sua vez gosta de expressar sua opinião nas aulas, ele ressaltou que todos deram a sua opinião exceto o **E1**, que dormiu durante a realização da atividade, que eles resolveram resumir as opiniões de todos em duas regras mais importantes: Ter civilidade entre os colegas do grupo e Todos do grupo devem participar, elas se encontra na Figura 21:

Figura 21 – Combinados do grupo 2



Fonte: Elaboração própria 2025.

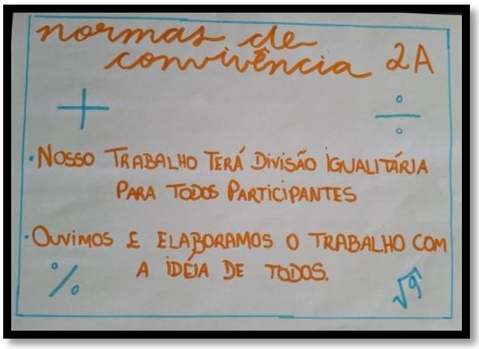
#ParaTodosVerem: Imagem de um cartaz produzido pelo grupo 2, contendo algumas regras elaboradas pelos estudantes. O cartaz apresenta um conjunto de combinados organizados em listas ou tópicos, com textos breves que destacam as normas para o trabalho colaborativo. As informações estão dispostas de forma clara e estruturada, com destaque para a colaboração e o respeito entre os membros do grupo.

O terceiro grupo foi representado pela estudante **E7**, que se destaca por seu excelente desempenho tanto no comportamento quanto na aprendizagem. Durante a apresentação, ela explicou que houve um equívoco inicial na interpretação da proposta, pois o grupo pensou que as regras deveriam ser direcionadas ao construtor de habilidades. No entanto, observou que as normas estabelecidas por eles são amplamente aplicáveis ao trabalho em grupo de forma geral. As normas apresentadas pelo grupo foram as seguintes:

- O trabalho deverá ser dividido de forma igualitária entre todos os participantes.
- Ouvir e integrar as ideias de todos na elaboração do trabalho.

A estudante **E7** enfatizou a importância de cada membro do grupo contribuir para o processo, reforçando o papel da colaboração mútua. As normas registradas estão ilustradas no cartaz apresentado pelo grupo, conforme mostra a Figura 22.

Figura 22 – Combinados do grupo 3



Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Imagem de um cartaz produzido pelo grupo 3, contendo algumas regras elaboradas pelos estudantes. O cartaz apresenta um conjunto de combinados organizados em listas ou tópicos, com textos breves que destacam as normas para o trabalho colaborativo. As informações estão dispostas de forma clara e estruturada, com destaque para a colaboração e o respeito entre os membros do grupo.

Após as apresentações dos grupos, foi reforçada a importância da implementação de normas claras como ferramenta para promover um aprendizado mais eficiente. Conforme aponta Weinstein e Novodvorsky (2015), a participação dos estudantes na definição das regras, especialmente nas séries mais avançadas, torna essas normas mais compreensíveis e significativas. Essa prática contribui para o comprometimento com o cumprimento das regras e fortalece o senso de responsabilidade, preparando os alunos para a vida em sociedade.

A análise dos relatórios individuais revelou que os estudantes compreenderam claramente as funções atribuídas dentro dos grupos, destacando a importância da divisão equitativa de tarefas para a organização do trabalho. No entanto, a principal dificuldade relatada foi a comunicação entre os integrantes, o que impactou o desempenho coletivo.

Em relação à aplicação dos aprendizados no cotidiano, os alunos enfatizaram valores como empatia, respeito mútuo, escuta ativa e divisão justa de responsabilidades, reconhecendo que as regras são fundamentais para garantir a ordem e o bom andamento de qualquer atividade, dentro ou fora da escola. Essas reflexões reforçam a importância da convivência respeitosa e da cooperação como base para um ambiente de aprendizagem mais produtivo.

A dinâmica evidenciou o impacto positivo das normas de convivência no fortalecimento do trabalho em grupo. A socialização das produções permitiu aos estudantes compreenderem o valor da participação equitativa e do respeito mútuo como pilares do trabalho colaborativo. Como destacam Cohen e Lotan (2017), “a equidade nas interações em grupos colaborativos não surge automaticamente; ela precisa ser intencionalmente promovida por meio de estratégias pedagógicas e normas claramente definidas".

Essa perspectiva é reforçada por Weinstein e Novodvorsky (2015, p. 87), ao afirmarem que "as regras são mais compreensíveis e significativas quando permitimos que os estudantes participem do processo de tomada de decisões". Ao refletirem sobre suas contribuições individuais e coletivas, os alunos demonstraram que práticas colaborativas bem conduzidas promovem não apenas o aprendizado acadêmico, mas também o desenvolvimento de competências socioemocionais fundamentais para sua formação integral.

4.1.3 Encontro n° 3 – Explorando o Trabalho colaborativo com Funções e Padrões na Matemática.

Na aula em questão, foi solicitado previamente à estudante E7 que, nos minutos finais da aula anterior, pedisse autorização ao professor responsável e organizasse as carteiras em grupos para otimizar o tempo da próxima atividade. Conhecida por seu comportamento atencioso e dedicado, a estudante cumpriu a tarefa com êxito. Ao chegar à sala, observei que o ambiente já estava devidamente organizado. A turma encontrava-se completa e um pouco agitada, o que é comum nesse tipo de reorganização. Após cumprimentá-los, agradeci a colaboração e, atendendo ao pedido coletivo, mantive a composição dos grupos. Ressaltei a importância do engajamento nas atividades propostas. A experiência está alinhada à perspectiva de Weinstein e Novodvorsky (2015), que defendem que a participação dos estudantes em decisões sobre o ambiente escolar contribui tanto para a organização quanto para o desenvolvimento da cidadania ativa e engajada.

Dando continuidade à aula, apresentei a proposta da atividade, cujo foco era a identificação de padrões em sequências numéricas e sua relação com funções matemáticas. Foram expostos os objetivos do dia:

- Identificar o padrão de crescimento de uma sequência;
- Comparar o crescimento de duas sequências distintas;
- Representar a regularidade observada de forma algébrica ou gráfica.

A atividade foi conduzida com base na metodologia do Programa de Especialização Docente (PED Brasil). Os estudantes, organizados em grupos de cinco integrantes, tiveram suas funções definidas por sorteio: aquele que tirasse o maior número no lançamento de um dado assumiria o papel de Facilitador, seguido, em ordem decrescente, pelos demais papéis (Monitor de Recursos, Harmonizador, Repórter e Controlador do Tempo). Um gesto relevante foi protagonizado pelo estudante **E14**, que, apesar de tímido e geralmente reservado, ofereceu espontaneamente seus próprios dados para facilitar a dinâmica, demonstrando envolvimento e superação pessoal.

A definição das funções gerou certo ruído até que os grupos se estabilizassem, o que levou à reflexão sobre a necessidade de simplificar essa etapa em atividades futuras para otimizar o tempo.

Com os grupos formados, entreguei ao Monitor de Recursos o Cartão de Atividades e os materiais necessários (Apêndice F). A situação-problema proposta foi elaborada com base na habilidade da BNCC (EM13MAT302), que prevê o uso de funções polinomiais de 1º ou 2º grau para modelar situações reais, com ou sem o uso de tecnologias. A proposta também contemplava os conceitos de proporcionalidade e interdependência, ao relacionar duas sequências: uma representando o crescimento de macieiras (números quadrados perfeitos: 1, 4, 9, 16) e outra de pinheiros (múltiplos de oito: 8, 16, 24, 36). A ideia era permitir que os estudantes comparassem os padrões, identificassem comportamentos proporcionais e representassem esses dados por meio de expressões algébricas, gráficos ou representações visuais.

Essa abordagem está de acordo com Van de Walle (2009, p.296), que destaca: “os padrões são encontrados em todas as áreas da Matemática. Aprender a procurar padrões, descrevê-los, traduzi-los e ampliá-los é parte essencial do fazer matemático e do pensamento algébrico”. Ainda conforme o autor, o pensamento proporcional é estimulado por meio de atividades comparativas, como as que envolvem crescimento de sequências.

Antes do início da atividade, reforcei as Normas de Colaboração, destacando que:

- Todos podem contribuir com o grupo;
- Ninguém detém todas as habilidades, mas todos têm algo a oferecer;
- A tarefa só é finalizada quando todos compreendem a proposta.

Apresentei também os materiais disponíveis (canetas, papéis coloridos, lápis de cor) e estipulei um tempo de 20 minutos para execução da tarefa, com um cronômetro projetado na tela como recurso visual de apoio à gestão do tempo.

Com a dinâmica iniciada, passei a monitorar os grupos, observando o progresso e oferecendo suporte conforme necessário, estimulando o protagonismo dos alunos e a resolução colaborativa da situação-problema proposta.

O monitoramento foi iniciado pelo grupo 1, onde estavam os estudantes **E12** e **E20**, que são focos da pesquisa. Ao me aproximar, do grupo em que eles estavam, solicitaram esclarecimentos sobre a atividade. Inicio a abordagem perguntando o que eles entenderam sobre a atividade, durante a interação, **E12** expressou sua compreensão parcial da tarefa:

> ***E12:*** *Eu acho que entendi a atividade. Precisa ver de quanto em quanto as maçãs estão aumentando, tipo, na primeira tem uma, na segunda quatro. É assim?*

Respondi afirmativamente, reforçando o raciocínio apresentado, uma vez que E12, tradicionalmente pouco engajado nas atividades em sala, vinha demonstrando maior participação após a realização de uma dinâmica inspirada na metodologia de Ensino e Aprendizagem Centrado no Estudante:

> ***Professora:*** *É isso mesmo, E12! Você e seus colegas precisam identificar se existe um padrão de crescimento, para determinar em qual pomar as duas sequências se igualam.*
> O estudante então complementou:
> ***E12****: Os pinheiros também aumentam, mas de maneira diferente.*

Diante disso, redirecionei a questão para E20, buscando envolvê-la no processo:

> ***Professora****: E20, você consegue observar esse crescimento que o E12 mencionou?*
> Ela respondeu de forma tímida, mas com um sorriso:
> ***E20****: Professora, na verdade, eu fiquei responsável por elaborar o cartaz e ainda não entendi muito bem a conta que tem que fazer.*

Para tranquilizá-la e promover um ambiente acolhedor, retribuí o sorriso e reforcei a importância do trabalho colaborativo:

> ***Professora****: Não se preocupem, trabalhem juntos para que todos compreendam a atividade.*

Em seguida, dirigi-me ao grupo 2, onde estava o estudante E6, que aparentava estar quieto e apreensivo, demonstrando dificuldade em compreender a atividade. Ao me aproximar, o estudante E25 levantou uma questão:

> **E25**: *O que temos que fazer para saber se o número de maçãs vai ficar igual ao de pinheiros?*
> Respondi direcionando-me a todo o grupo:
> ***Professora****: Vocês precisam pensar juntos em uma estratégia matemática para chegar a essa conclusão.*
> A estudante **E10**, então, expressou sua compreensão da tarefa:
> ***E10****: Entendi! Vamos ter que continuar as duas sequências até que elas se igualem.*
> Confirmei a resposta, reforçando a lógica apresentada:
> ***Professora****: É isso mesmo, E10.*
> Aproveitando o momento, questionei diretamente o estudante **E6** para verificar seu entendimento:
> ***Professora****: E6, você conseguiu compreender o que E10 propôs?*
> Ele prontamente respondeu:
> **E6**: *Sim professora, já vou montar a sequência aqui no meu caderno.*
> Reconhecendo sua participação, finalizei incentivando-o:
> **Professora**: *Que bom que você conseguiu acompanhar a ideia da E10.*

Ao observar o grupo 3, percebi que há um bom entrosamento entre os membros. O estudante **E8** e **E9** demonstram interesse em encontrar uma representação algébrica para explicar o comportamento das sequências. Quando questionado sobre a necessidade de mais informações, ele responde que não precisa de nenhum suporte adicional. Uma percepção importante foi o estudante **E9** ressaltar a diferença de crescimento entre as duas sequências:

> ***E9:*** *O número de macieiras aumenta de maneira mais rápida do que o número de pinheiros, por isso mesmo os pinheiros começando com um número maior do que as maçãs eles vão se encontrar no pomar 8.*

A observação realizada pelo estudante **E9** sobre a diferença no crescimento das duas sequências foi particularmente relevante, ao destacar corretamente que o número de macieiras cresce mais rapidamente do que o de pinheiros. Essa análise evidencia um nível mais avançado de compreensão da relação proposta na atividade. Apesar do bom desempenho do grupo como um todo, nota-se que o estudante **E14**, como de costume, permanece mais reservado, concentrando-se na elaboração do cartaz que representa as ideias do grupo. Considerando essa postura, torna-se necessário realizar uma intervenção mais direcionada no início da atividade, a fim de incentivar sua participação no desenvolvimento conceitual, contribuindo para a valorização de seu status individual e para o fortalecimento de seu engajamento no trabalho coletivo.

De maneira similar, o grupo 4 também estava empenhado em encontrar uma representação algébrica para a situação em estudo. Os estudantes **E13** e **E26** exibem um comportamento competitivo, frequentemente se comparando com **E9**. Eles solicitam minha presença no grupo, e **E26** questiona sobre a equação desenvolvida para representar o crescimento das maçãs.

> ***E26 pergunta:*** *Professora, as maçãs estão aumentando de acordo com uma progressão quadrática. A equação seria 2x?*
> Em minha resposta, busco orientar o raciocínio algébrico, sugerindo:
> ***Professora:*** *Pense em como seria um número elevado ao quadrado. Se tivermos, por exemplo, 2 elevado ao quadrado, isso corresponderia a 2 x 2. Agora, como isso ficaria na forma algébrica? O que poderia representar esse aumento quadrático?*

Após essa reflexão, conclui que os estudantes compreenderam a proposta e incentivo os a continuarem nesse raciocínio, dizendo que eles estão no caminho certo.

Ao interagir com o grupo 6, questionei se havia algum ponto em que necessitassem de esclarecimento, ao que responderam que já haviam concluído a atividade. Contudo, ao analisar as explicações apresentadas, percebi que não chegaram a uma resposta coerente. Diante dessa situação, optei por solicitar que algum integrante explicasse a proposta desenvolvida pelo grupo, a fim de compreender melhor seu raciocínio.

Os estudantes demonstraram uma percepção de crescimento espacial e interdependência entre os elementos do problema, ao identificar que o número de pinheiros aumentava à medida que mais macieiras eram plantadas e a área do pomar se expandia. Essa interpretação foi expressa nas falas da estudante **E11**, que afirmou:

> ***E11:*** *Cada vez que mais macieiras são plantadas, a área aumenta. Já os pinheiros são plantados ao redor das macieiras, então seu número aumenta consequentemente.*

> ***E11:*** *O número de pinheiros não será igual ao de macieiras, pois sempre o número de pinheiros será maior do que o das macieiras.*

Embora a explicação do grupo demonstrasse uma noção inicial sobre a relação entre os elementos, faltava uma análise mais detalhada sobre o comportamento específico do crescimento dos números ao longo dos pomares. Para não constranger a estudante ou o grupo, respondi de forma encorajadora:

> ***Professora:*** *Muito bem! Vocês perceberam que a sequência apresenta um crescimento. No entanto, seria interessante observar com mais atenção como esse aumento ocorre, analisando os números do pomar 1, 2 e 3. Isso pode ajudar a compreender melhor o comportamento desse crescimento.*

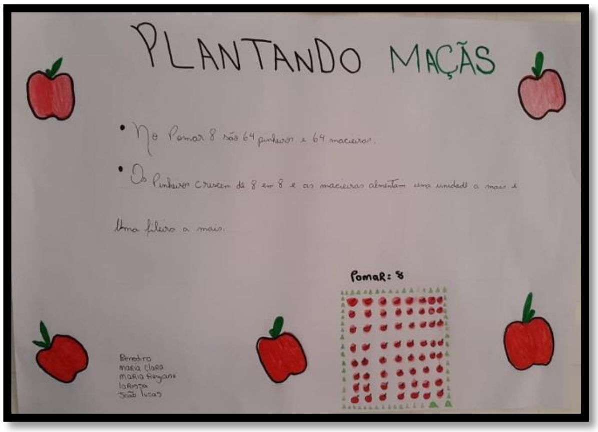
Com essa abordagem, busquei estimular uma reflexão mais aprofundada sobre a atividade, promovendo o desenvolvimento da análise sem comprometer a motivação dos estudantes. Como já é recorrente em atividades desse tipo, foi necessário estender o tempo inicialmente previsto, acrescentando 10 minutos para que todos os grupos pudessem concluir a elaboração dos cartazes e iniciar a socialização dos resultados.

A participação dos alunos foi marcada por engajamento e produtividade, com envolvimento ativo nas discussões em grupo. Estratégias diversas foram adotadas para identificar a lógica das sequências numéricas referentes ao crescimento das macieiras e dos pinheiros. Alguns grupos concentraram-se na análise das regularidades, enquanto outros avançaram para a representação algébrica ou direcionaram seus esforços à organização visual dos cartazes.

As trocas dentro dos grupos foram essenciais para a construção de respostas coletivas, refletindo o diálogo e o consenso entre os integrantes. Como resultado do processo colaborativo, cada grupo produziu um cartaz que sintetizava sua proposta de solução. Essas produções serão analisadas a seguir, considerando tanto os aspectos conceituais envolvidos quanto a criatividade e clareza na apresentação das ideias.

O primeiro grupo que apresentou o seu cartaz demonstrou uma compreensão abrangente do problema, identificando corretamente o padrão de crescimento das macieiras e dos pinheiros e reconhecendo o ponto em que as quantidades de ambas se igualam, no oitavo pomar, com 64 macieiras e 64 pinheiros, conforme ilustrado na figura 23:

Figura 23: Cartaz do grupo 1: Representação Algébrica de Padrões de Crescimento

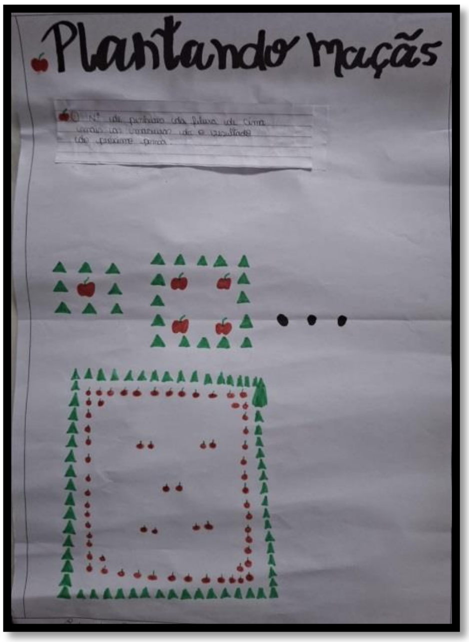


Fonte: Elaboração própria 2025

#ParaTodosVerem: Imagem de um cartaz criativo elaborado pelo grupo 1, com desenhos de maçãs e um texto explicativo. O cartaz representa o padrão de crescimento observado nas sequências de maçãs e pinheiros, utilizando ilustrações coloridas de maçãs ao lado de descrições que detalham o padrão de crescimento. O texto explicativo está organizado de maneira clara, com as maçãs simbolizando o conceito de sequências numéricas, permitindo aos alunos visualizar a relação entre os elementos e o crescimento das sequências.

O segundo grupo utilizou uma representação semelhante à do primeiro grupo, destacando o pomar 8, ponto em que o número de macieiras e pinheiros se iguala. No entanto, o grupo não aprofundou a justificativa em sua resposta, como ilustrado na Figura 24.

Figura 24 – Cartaz Grupo 2: Representação Algébrica de Padrões de Crescimento

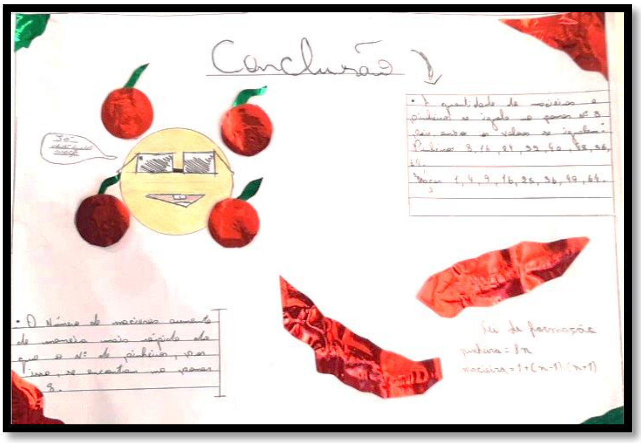


Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Imagem de um cartaz criativo elaborado pelo grupo 2, com desenhos de maçãs e pinheiros e um texto explicativo. O cartaz representa o padrão de crescimento observado nas sequências de maçãs e pinheiros, utilizando ilustrações coloridas de maçãs ao lado de descrições que detalham o padrão de crescimento. O texto explicativo está organizado de maneira clara, com as maçãs simbolizando o conceito de sequências numéricas, permitindo aos alunos visualizarem a relação entre os elementos e o crescimento das sequências.

O terceiro grupo ao apresentar suas conclusões, também demonstrou uma compreensão clara do padrão de crescimento das macieiras e pinheiros, apresentando a sequência numérica correta e conseguindo desenvolver uma representação algébrica para descrever essas relações, conforme ilustrado na Figura 25.

Figura 25 – Cartaz do grupo 3: Representação Algébrica de Padrões de Crescimento



Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Imagem de um cartaz criativo elaborado pelo grupo 3, com desenhos de maçãs e um texto explicativo. O cartaz representa o padrão de crescimento observado nas sequências de maçãs e pinheiros, utilizando ilustrações coloridas de maçãs ao lado de descrições que detalham o padrão de crescimento. O texto explicativo está organizado de maneira clara, com as maçãs simbolizando o conceito de sequências numéricas, permitindo aos alunos visualizar a relação entre os elementos e o crescimento das sequências.

Ao identificarem a "lei de formação" (Pinheiros = 8n e Macieira = 1 + (n-1) x (n +1)) para ambas as quantidades, eles mostraram uma habilidade importante de generalização e reconhecimento de padrões numéricos. No entanto, o grupo não conseguiu reconhecer o quadrado perfeito relacionado ao crescimento das macieiras, nem associar essa relação a uma função quadrática, o que indica uma lacuna no entendimento da estrutura algébrica mais profunda do problema. Uma percepção importante se deu quando ressaltaram a diferença de crescimento entre as duas sequências.

A previsão de que as duas sequências se encontrariam no pomar 8 reflete uma tentativa promissora de identificar o ponto de interseção entre os padrões, o que representa um avanço na construção de uma compreensão algébrica. Esse progresso foi confirmado pela sequência numérica representada no cartaz do grupo, que demonstra o crescimento das macieiras e pinheiros.

Apesar do empenho coletivo, o grupo encontrou dificuldades em reconhecer o padrão quadrático que caracteriza o crescimento das macieiras, o que comprometeu a elaboração correta da função. A ausência dessa percepção evidenciou a necessidade de uma mediação pedagógica mais explícita, que auxiliasse os estudantes a relacionar o arranjo geométrico em forma de quadrado com sua expressão algébrica, favorecendo a compreensão da função quadrática como modelo adequado para descrever esse crescimento.

Em contrapartida, o quarto grupo conseguiu identificar com precisão o ponto de equilíbrio entre macieiras e pinheiros, localizando-o no oitavo pomar, com 64 árvores de cada tipo, conforme ilustrado na **Figura 5**. O grupo também apresentou uma representação algébrica para o problema, porém sem detalhar os procedimentos utilizados na construção da solução, o que pode ser observado na **Figura 26**. Essa lacuna aponta para a importância de aprofundar o trabalho com a argumentação algébrica, estimulando os estudantes a explicitarem os passos adotados na resolução e a desenvolver maior clareza na comunicação Matemática.

Figura 26: Cartaz do grupo 4: Representação Algébrica de Padrões de Crescimento

Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Imagem de um cartaz criativo elaborado pelo grupo 4, com desenhos de maçãs, pinheiros e um texto explicativo. O cartaz representa o padrão de crescimento observado nas sequências de maçãs e pinheiros, utilizando ilustrações coloridas de maçãs ao lado de descrições que detalham o padrão de crescimento. O texto explicativo está organizado de maneira clara, com as maçãs simbolizando o conceito de sequências numéricas, permitindo aos alunos visualizarem a relação entre os elementos e o crescimento das sequências.

A escolha de representar o número de macieiras por x^2 e o número de pinheiros por 8x reflete a habilidade dos estudantes em identificar a natureza das funções envolvidas: uma função quadrática para as macieiras e uma função linear para os pinheiros. Embora o grupo não tenha apresentado uma representação gráfica, essa distinção demonstra uma compreensão algébrica e conceitual das diferentes taxas de crescimento entre as árvores. A associação do crescimento das macieiras a uma função quadrática e dos pinheiros a uma função linear revela uma capacidade de abstração importante, que vai além da mera identificação de padrões numéricos, possibilitando a generalização do problema.

Na sequência, a elaboração de um cartaz criativo para compartilhar suas descobertas reforça as habilidades de comunicação e de trabalho colaborativo dos estudantes. Ao transmitir suas conclusões de forma visual e acessível, o grupo não só compreendeu o problema, como conseguiu encontrar formas de comunicar esse entendimento aos colegas, integrando o raciocínio matemático e a capacidade de socializar o conhecimento.

Como sugestão de aprofundamento, o grupo poderia explorar representações gráficas das funções envolvidas e investigar como o problema poderia ser resolvido algebricamente de maneira mais detalhada. Ainda assim, o desempenho demonstrado foi positivo, evidenciando uma compreensão avançada dos conceitos e uma abordagem criativa na apresentação dos resultados.

O quinto grupo, por sua vez, demonstrou uma compreensão intuitiva sobre o conceito de área e a proporcionalidade entre o número de macieiras e pinheiros. O cartaz produzido foi criativo, incorporando imagens que ajudaram a representar visualmente a resposta, conforme ilustrado na Figura 27. Essa abordagem visual facilitou a comunicação dos conceitos abordados e promoveu uma maior interação entre os membros do grupo.

Figura 27 – Cartaz do grupo 5: Representação Algébrica de Padrões de Crescimento

Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Imagem de um cartaz criativo elaborado pelo grupo 5, com desenhos de maçãs, pinheiros e um texto explicativo. O cartaz representa o padrão de crescimento observado nas sequências de maçãs e pinheiros, utilizando ilustrações coloridas de maçãs ao lado de descrições que detalham o padrão de crescimento. O texto explicativo está organizado de maneira clara, com as maçãs simbolizando o conceito de sequências numéricas, permitindo aos alunos visualizarem a relação entre os elementos e o crescimento das sequências.

Embora o grupo tenha reconhecido o crescimento das quantidades de árvores ao longo dos pomares, apresentou inconsistências na identificação dos valores correspondentes, como no caso do Pomar 5, em que indicaram 20 macieiras e 80 pinheiros. A tentativa de resolução por meio da regra de três demonstrou desconhecimento das diferentes taxas de variação das sequências, dificultando a formulação de uma lei algébrica adequada. Ainda que tenham estabelecido uma noção prática de proporcionalidade, a dificuldade em reconhecer e generalizar padrões revela a necessidade de aprofundamento no raciocínio algébrico e na estruturação de sequências numéricas.

Esse cenário evidencia que os estudantes ainda não consolidaram as habilidades necessárias para representar, com precisão, os padrões matemáticos subjacentes à situação-problema. Contudo, erros como esse constituem momentos valiosos de aprendizagem. Como destaca Boaler (2018, p.19), "quando a Matemática é ensinada como uma disciplina aberta e criativa, baseada em conexões, aprendizagem e crescimento, e os erros são incentivados, coisas incríveis acontecem". Assim, o equívoco se converte em oportunidade pedagógica para ampliar a compreensão conceitual dos estudantes.

Para esse grupo, intervenções mais direcionadas, com foco na construção de padrões e na formalização de expressões algébricas, podem contribuir significativamente para o avanço da aprendizagem. Ao explicitar a relação entre grandezas por meio de equações e gráficos, os alunos podem desenvolver uma compreensão mais refinada das interdependências envolvidas. Nesse sentido, Munson (2018) destaca que o tempo investido em atividades práticas pode se transformar em potente recurso para o ensino, desde que o professor atue de forma responsiva e intencional na mediação dos processos.

Inicialmente, nenhum grupo elaborou representações gráficas. No entanto, após a socialização das propostas e uma mediação da professora-pesquisadora, foi realizada uma intervenção com foco na construção de gráficos que representassem a convergência das funções associadas ao crescimento das macieiras e dos pinheiros. Como desdobramento, os alunos foram desafiados, por meio de uma atividade individual, a resolver a equação algébrica trabalhada e a construir um gráfico que representasse a solução encontrada, conforme exemplificado na Figura 28.

Figura 28 – Representação gráfica das sequências de maçãs e pinheiros.

Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: A imagem mostra um gráfico desenhado em papel quadriculado, pelos alunos, no qual uma reta representa a função do primeiro grau, relacionada à sequência de pinheiros, e uma parábola representa a função do segundo grau, também vinculada à sequência de pinheiros. As duas funções se encontram em um ponto de convergência, visualizando o ponto de interseção entre a reta e a curva.

A atividade avaliativa revelou-se bastante exitosa ao proporcionar aos estudantes a oportunidade de refletir sobre o trabalho desenvolvido e explorar caminhos alternativos para a resolução da proposta. Conforme afirma Boaler (2018), avaliações bem estruturadas criam momentos significativos de aprendizado. Quando acompanhadas de devolutivas claras, essas experiências contribuem para o fortalecimento de uma mentalidade de crescimento, incentivando os estudantes a reconhecerem seu potencial de aprendizagem e os meios para alcançá-lo. Essa perspectiva promove uma postura mais ativa e consciente diante do processo de aprender, contribuindo para uma compreensão mais sólida dos conceitos matemáticos.

O trabalho colaborativo com os estudantes do Ensino Médio foi bem-sucedido em seus objetivos pedagógicos, permitindo a exploração de funções polinomiais, proporcionalidade e interdependência por meio de uma situação-problema contextualizada. A participação ativa dos alunos nas discussões e a construção coletiva dos cartazes estimularam não apenas a aprendizagem Matemática, mas também habilidades como comunicação, criatividade e cooperação.

Um ponto central foi a observação do comportamento das sequências, que cresciam progressivamente até convergirem no oitavo pomar, favorecendo a compreensão dos conceitos de função. Apesar dos bons resultados, a análise reflexiva da prática indicou possibilidades de aprimoramento para futuras aplicações. A inclusão de mais dados contextuais e a explicitação das expectativas quanto à representação algébrica ou gráfica podem ampliar a profundidade da análise e a aplicabilidade dos conceitos abordados.

Esses ajustes podem tornar a proposta ainda mais robusta, promovendo o desenvolvimento de competências Matemáticas mais complexas e estimulando o pensamento crítico. A continuidade de atividades como essa tem potencial para fortalecer o engajamento dos estudantes com a Matemática, ampliando não só sua compreensão conceitual, mas também suas capacidades investigativas e criativas.

4.1.4 Encontro n° 4 – Modelagem Matemática de Função do primeiro grau ou Afim: Festa de formatura

A aula teve início de forma habitual, com o sinal indicando o começo das atividades. Ao entrar na sala, cumprimentei os estudantes, que responderam prontamente, demonstrando a agitação comum nos momentos de transição entre professores. Para dar início à dinâmica proposta, solicitei que organizassem as carteiras em grupos de quatro ou cinco integrantes, compostos aleatoriamente a partir de um sorteio com base na lista de chamada.

A atividade proposta teve como objetivo integrar a Modelagem Matemática ao estudo de funções do 1º grau, utilizando como contexto o planejamento de uma festa de formatura. A escolha desse tema buscou estabelecer uma conexão a matemática financeira e com os interesses dos alunos do Ensino Médio, uma vez que esse evento representa um marco simbólico em sua trajetória escolar. Segundo Biembengut e Hein (2023), a Modelagem Matemática consiste na utilização da linguagem matemática para representar situações-problema do cotidiano, possibilitando sua análise, simulação ou reestruturação por meio de ferramentas específicas do campo matemático. Os autores ressaltam ainda que “A Modelagem Matemática no ensino pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece, ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar matematicamente” (Biembengut; Hein, 2023, p. 18). Essa perspectiva reforça o potencial da modelagem como estratégia para promover o engajamento dos estudantes, ao articular conteúdos curriculares com situações concretas e socialmente significativas.

Com os grupos organizados e os estudantes posicionados, iniciei a apresentação da agenda da aula e dos objetivos, projetados em slide, que eram: identificar funções presentes em situações do cotidiano; reconhecer conjuntos de dados que podem ser modelados por uma função polinomial de 1º grau; e compreender o significado dos coeficientes angular e linear dessa função.

Após essa exposição inicial, introduzi brevemente o conceito de Modelagem Matemática e sua aplicabilidade em contextos diversos. Em seguida, propus uma atividade de aquecimento a partir da pergunta essencial: Como podemos representar e analisar, de forma

Matemática, situações do cotidiano que envolvam relações lineares entre duas variáveis? Com base nos objetivos apresentados, os estudantes prontamente estabeleceram conexões com o tema da aula, demonstrando interesse e engajamento com a proposta.

Nesse contexto, o estudante **E9** e **E17** contribuíram com as colocações:

> ***E9:*** *Professora, se são grandezas lineares, podemos representar com uma reta?*
> ***Professora****: Exatamente,* ***E9****! Quando estamos lidando com relações lineares, podemos representá-las por meio de uma reta no plano cartesiano. Essa representação é fundamental para compreender como as variáveis se relacionam.*
> ***E17:*** *As retas podem ser crescentes ou decrescentes, de acordo com o sinal do coeficiente a.*
> ***Professora****: Perfeito,* ***E17****! O sinal do coeficiente angular, representado pela letra a, determina se a reta será crescente, quando a for positivo, ou decrescente, quando a for negativo. Esse coeficiente é essencial, pois também indica a inclinação da reta, ou seja, a taxa de variação entre as variáveis.*

Esses dois estudantes da turma demonstraram participação ativa durante as aulas, contribuindo com frequência para as discussões. No entanto, observei que o estudante E9, em alguns momentos, interrompia a dinâmica coletiva ao tentar responder antes dos demais, o que pode ser interpretado como uma tentativa de ganhar aceitação no grupo. Embora essa postura revele engajamento com o conteúdo, também demanda intervenções pedagógicas cuidadosas para assegurar a equidade nas interações.

Após as contribuições dos alunos, complementei a discussão destacando o papel do coeficiente angular no comportamento das funções do primeiro grau, explicando como esse parâmetro determina a inclinação da reta e permite identificar se a função é crescente ou decrescente. Por meio de gráficos, explorei visualmente esses conceitos, diferenciando o coeficiente angular do coeficiente linear e introduzindo a noção de taxa de variação média como um valor constante responsável pela alteração dos resultados. Enfatizei ainda a importância da identificação das variáveis independentes e dependentes em situações-problema, aspecto essencial para a construção da lei de formação das funções lineares dentro da Modelagem Matemática.

Na etapa seguinte, defini critérios objetivos para a distribuição dos papéis dentro dos grupos. O estudante com o maior número em sua residência foi indicado como facilitador, enquanto os demais assumiram as funções de harmonizador, repórter e controlador do tempo, o que favoreceu uma estrutura de trabalho colaborativa e bem organizada. Reforcei com a turma as normas de colaboração, ressaltando a importância da participação equilibrada e do respeito mútuo como fundamentos para o bom andamento das atividades.

Cohen e Lotan (2017, p. 44) destacam que o funcionamento eficaz dos grupos depende da adoção de comportamentos fundamentais, como a garantia de que todos os membros contribuam de forma equilibrada, evitando que apenas uma voz prevaleça. As autoras afirmam que o desenvolvimento da escuta ativa é essencial para a qualidade das interações, pois "as pessoas devem não apenas escutar umas às outras, mas precisam aprender a pensar sobre o que a outra pessoa acabou de dizer".

Com as orientações consolidadas, os estudantes iniciaram a atividade prática em seus grupos. O tempo estipulado para a tarefa foi de 30 minutos. Os monitores de recursos receberam os materiais correspondentes, entre eles o Cartão de Recursos e o Cartão de Atividade, ambos disponíveis no Apêndice F. Para apoiar a autogestão do tempo, foi projetado um cronômetro visível a todos, permitindo que os próprios alunos monitorassem o andamento da atividade. A organização dos grupos e a dinâmica colaborativa durante a execução da tarefa estão representadas na Figura 29.

Figura 29: Estudantes trabalhando em grupo.

Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: A imagem mostra um grupo de estudantes trabalhando de forma colaborativa em um ambiente de sala de aula. Eles estão organizados em pequenos grupos, com materiais de apoio à frente, como folhas e livros, e discutem em conjunto o conteúdo da atividade proposta. Alguns estudantes estão concentrados nas anotações, enquanto outros conversam, colaborando na resolução do problema em mãos. O ambiente é bem iluminado e organizado, com mesas dispostas de maneira a facilitar a interação entre os integrantes de cada grupo.

Durante o monitoramento dos grupos, observei que todos estavam concentrados na leitura dos cartões. Contudo, ao passar pelo Grupo 2, percebi certa inquietação, o que sugeria dificuldades na compreensão da proposta. Nesse momento, a estudante **E20**, caracterizada por sua timidez e dificuldades em Matemática, solicitou minha presença para esclarecer dúvidas.

No decorrer da interação, o estudante **E18**, reconhecido por seu status acadêmico elevado e influência no grupo, manifestou sua compreensão parcial da atividade ao fazer o seguinte questionamento:

> ***E18:*** *Eu sei que precisa determinar o valor total dos gastos, mas como irei determinar se não sei quantos convidados terá na festa?*
> *Eu validei sua resposta, reforçando sua contribuição positiva para o grupo:*
> ***Professora:*** *Você está no caminho certo,* ***E18****. O número de convidados é uma decisão do grupo. Vocês precisam observar o valor arrecadado e os orçamentos, separando os gastos coletivos dos individuais.*
> *Adicionalmente, a intervenção contemplou a participação de* ***E20****, que levantou o questionamento:*

E20: *O aluguel do salão pode ser para todos?*
A contribuição foi valorizada com a afirmação:
Professora: *Muito bem, E20! Continuem no raciocínio de E20, que vocês irão conseguir resolver a situação.*

Essa abordagem teve o intuito de reforçar a autoestima de **E20** e estimular sua participação no grupo, contribuindo para a melhora de seu status social no contexto da sala de aula. A valorização de sua fala pareceu ser muito positiva, evidenciado pelo sorriso da estudante, que indica um impacto emocional favorável à sua auto percepção no grupo. Simultaneamente, o estudante **E18** prosseguiu com seus questionamentos, buscando esclarecer aspectos adicionais da atividade, evidenciando engajamento contínuo e autonomia intelectual na atividade proposta.

E18*: Professora, precisamos somar todos os gastos para depois determinar quantos convidados?*
Em resposta, esclareci:
Professora: *Sim, mas é importante ficar atento, pois o gasto fixo não sofrerá alterações, enquanto os demais gastos variam de acordo com a quantidade de convidados.*
Diante dessa explicação, **E18** concluiu:
E18: *Entendi, precisamos multiplicar pela quantidade de convidados e equilibrar com o valor arrecadado.*
Validei seu raciocínio, afirmando:
Professora: *Muito bom esse seu raciocínio. Agora, pergunte aos seus colegas qual a opinião deles sobre a quantidade de convidados, lembrando que todos precisam participar.*

Essa intervenção teve como objetivo estimular o trabalho colaborativo no grupo, uma vez que **E18**, devido ao seu bom desempenho acadêmico e influência entre os colegas, demonstrava a tendência de querer resolver todas as etapas de forma independente. Ao incentivá-lo a buscar a opinião dos outros membros, foi possível promover uma maior integração e engajamento coletivo, favorecendo o diálogo e a construção conjunta do conhecimento.

Durante o monitoramento dos outros grupos, observei que o estudante **E6**, do Grupo 3, apresentava sinais de ansiedade, característica frequentemente relacionada ao controle de tempo, uma preocupação comum, dado seu diagnóstico de TEA (Transtorno do Espectro Autista). **E6** é conhecido por sua habilidade em elaborar cartazes devido à sua excelente caligrafia e organização, o que frequentemente leva seus colegas a delegarem essa tarefa a ele, mesmo quando não ocupa o papel de repórter. Percebendo sua inquietação, aproximei-me e perguntei:

Professora*: Como está indo a atividade do seu grupo, E6?*
Com um sorriso tímido, ele respondeu:
E6: *Está indo bem, professora, apenas estou preocupado porque ainda falta muita coisa para terminar.*

Buscando ampliar a participação dos demais integrantes, questionei o grupo sobre o progresso da atividade, incentivando a colaboração coletiva. A estudante **E17** respondeu:

> ***E17:*** *Estamos indo bem, já conseguimos encontrar o valor fixo, que é R$ 4.000,00, e identificamos que a variável é de R$ 100,00 por convidado. Agora precisamos definir o número de convidados.*

Validei a resposta, destacando a importância do trabalho em equipe:

> ***Professora:*** *Excelente, E17! Continuem com a atividade e fiquem atentos às contribuições dos outros colegas.*

Essa intervenção teve o objetivo de tranquilizar **E6** em relação ao tempo disponível, ao mesmo tempo em que promoveu o engajamento dos outros integrantes, reforçando a necessidade de uma dinâmica colaborativa e inclusiva dentro do grupo.

Ao passar por outro grupo, observei que o estudante **E14** permanecia em silêncio, com o olhar distante. Aproximei-me e perguntei:

> ***Professora:*** *Como está o desenvolvimento do seu grupo?*
> *De forma imediata, ele respondeu:*
> **E14:** *Está indo bem, professora. Eu só estou esperando o pessoal me passar às respostas para eu terminar o cartaz.*

Em seguida, **E14** me mostrou o desenho que estava elaborando para o cartaz, demonstrando sua habilidade criativa. No entanto, sua postura reservada chamou minha atenção, pois ele frequentemente apresenta dificuldades de socialização. Embora sua criatividade o auxilie a contribuir na confecção do cartaz, preocupo-me com sua aprendizagem Matemática, que pode estar sendo prejudicada. Sua timidez aparenta impedi-lo de expressar dúvidas, possivelmente para evitar que os colegas percebam sua dificuldade em compreender a atividade.

Essa situação ressalta a importância de estratégias pedagógicas equitativas, que promovam a inclusão e estimulem a participação ativa de estudantes como **E14**, assegurando que, além de colaborar de maneira criativa, eles também desenvolvam competências matemáticas fundamentais no contexto da atividade.

Ao término dos 30 minutos estipulados para a atividade, os estudantes solicitaram mais alguns minutos adicionais para concluir suas tarefas. Concedi uma prorrogação de 10 minutos e aproveitei esse tempo para observar o grupo do estudante **E9,** que já tinha concluído a tarefa. Este aluno frequentemente me surpreende com respostas de alto nível, demonstrando excelente desempenho em Matemática. Contudo, sua postura pode dificultar o relacionamento com os colegas, que frequentemente o percebem como exibido.

Ao me aproximar, questionei o grupo sobre o desenvolvimento da atividade. **E9** prontamente respondeu:

> **E9:** *Foi muito fácil! A maior dificuldade foi equilibrar o número de convidados e de formandos para que a arrecadação seja suficiente para pagar os gastos.*

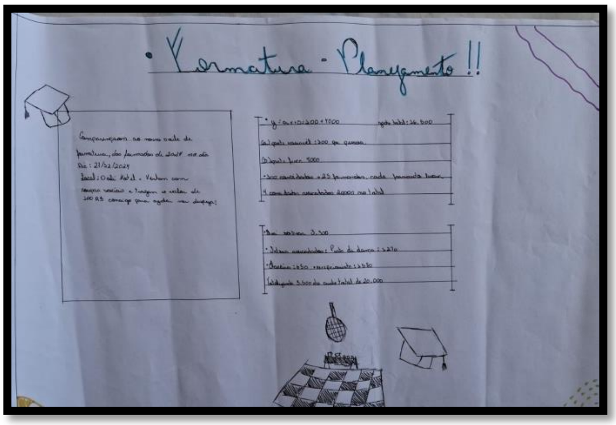
Respondi com uma pergunta direcionada ao grupo:

> ***Professora:*** *Todos do grupo tiveram a mesma percepção de E9?*

Os colegas concordaram de forma unânime, mas observei que essa concordância parecia motivada mais pela intenção de não demonstrar um nível de entendimento inferior ao de **E9** do que por uma compreensão genuína da atividade. Essa dinâmica chamou minha atenção e reforçou a necessidade de um acompanhamento mais próximo das interações nos grupos em que **E9** estiver inserido em atividades futuras, conforme Cohen; Lotan (2017, p.134) "Os alunos de baixo *status* ainda sentem que suas contribuições para o grupo são menos valiosas e menos competentes do que as contribuições dos de s*tatus* elevado". É essencial garantir um ambiente colaborativo onde todos os integrantes se sintam à vontade para compartilhar suas percepções e dificuldades sem receio de julgamentos.

A socialização dos resultados inicia-se com o Grupo 2, considerando que este apresentou as maiores dificuldades na resolução do problema proposto. Na figura 30 a seguir, encontra-se representado o cartaz elaborado pelo grupo:

Figura 30 - Cartaz do Grupo 2: Festa de Formatura



Fonte: Elaboração própria 2025.

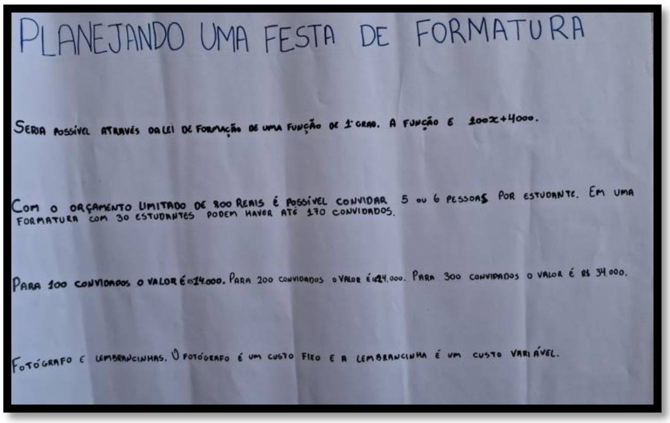
#ParaTodosVerem: #ParaTodosVerem: A imagem mostra um cartaz elaborado pelo Grupo 2, contendo imagens que representam uma festa de formatura, como convites, decoração e outros elementos típicos desse tipo de evento. No centro do cartaz, há um texto explicativo onde o grupo descreve como realizou o planejamento da festa, detalhando as variáveis envolvidas, como custos com decoração, alimentação e animação. O texto também explica como a modelagem matemática dos gastos foi realizada, utilizando uma função afim para representar as despesas. O cartaz está visualmente organizado, com uma combinação de imagens e texto que ilustra o processo de modelagem matemática aplicado ao contexto da festa de formatura.

O grupo demonstrou inicialmente dificuldades para compreender a proposta da atividade, sendo necessário oferecer suporte pedagógico para que pudessem avançar na resolução do problema. Após esse momento de orientação, os estudantes progrediram significativamente, o que ficou evidente durante a socialização dos resultados. Apresentaram o planejamento de uma festa destinada a 100 convidados e 25 formandos, com uma arrecadação estimada em R$ 20.000,00 e despesas de R$ 16.500,00. Além disso, conseguiram formular e resolver a equação matemática que representava a situação proposta e, de forma propositiva, sugeriram a inclusão de elementos adicionais no evento, como pista de dança e brindes.

A resolução apresentada foi simples, mas suficiente para atingir os objetivos estabelecidos na proposta. Todos os integrantes participaram da apresentação de maneira entusiasmada e demonstraram envolvimento efetivo na condução da atividade. O trabalho coletivo foi realizado de forma equilibrada, evidenciando a colaboração entre os membros e o reconhecimento mútuo das contribuições individuais ao longo do processo.

Na sequência, o Grupo 1 realizou sua socialização. Entre os participantes estava o estudante E9, cuja atuação se destacou. O cartaz apresentado pelo grupo, embora menos elaborado do ponto de vista estético, trazia conteúdo matemático bem estruturado e relevante. A exposição demonstrou domínio conceitual sobre os tópicos abordados, com dados coerentes e organização lógica da informação. A apresentação do material visual está registrada na Figura 31.

Figura 31 – Cartaz do Grupo 1: Festa de Formatura



Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: #ParaTodosVerem: A imagem mostra um cartaz elaborado pelo Grupo 1. No centro do cartaz, há um texto explicativo onde o grupo descreve como realizou o planejamento da festa, detalhando as variáveis envolvidas, como custos com decoração, alimentação e animação. O texto também explica como a modelagem matemática dos gastos foi realizada, utilizando uma função afim para representar as despesas. O cartaz está visualmente organizado, com uma combinação de imagens e texto que ilustra o processo de modelagem matemática aplicado ao contexto da festa de formatura.

O grupo apresentou sua Modelagem Matemática utilizando a lei de formação y=100x+4000y = 100x + 4000y=100x+4000, demonstrando domínio dos conceitos algébricos envolvidos. O planejamento considerou 30 formandos, cada um com direito a convidar entre cinco e seis pessoas. Identificaram padrões relevantes, como 100 convidados totalizando R$ 14.000,00, 200 convidados R$ 24.000,00 e 300 convidados R$ 34.000,00, permitindo o cálculo da taxa de variação média. O grupo também incluiu no planejamento despesas adicionais, como fotógrafo e lembrancinhas, enriquecendo a proposta apresentada.

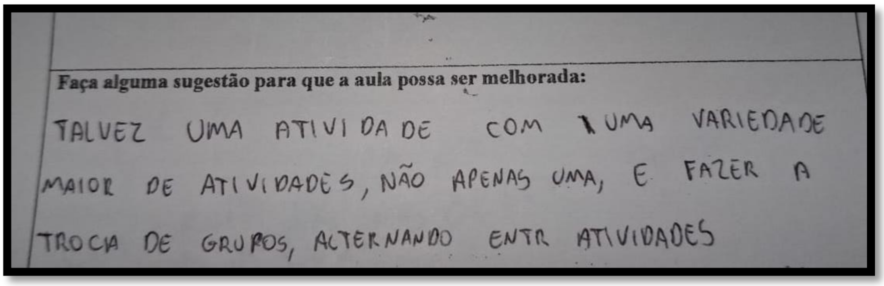
Apesar do bom desempenho conceitual, o cartaz final não incluiu a representação gráfica da função, ainda que essa possibilidade tenha sido discutida internamente. A apresentação ocorreu de forma organizada, porém com menor entusiasmo, especialmente por parte de estudantes com alto desempenho acadêmico, como **E9**, que sugeriu a inclusão de mais situações-problema para ampliar o desafio. Esse comportamento indica a necessidade de estratégias pedagógicas que mantenham esse perfil de aluno engajado, promovendo desafios que aprofundem seu envolvimento.

De modo geral, os demais grupos apresentaram propostas semelhantes, com variações na quantidade de convidados, o que demonstra compreensão da tarefa e adesão aos objetivos pedagógicos. Merece destaque o maior engajamento de estudantes com baixo status acadêmico, indicando que propostas contextualizadas e colaborativas contribuem para sua participação efetiva. Conforme destaca Duncan (2015), a utilização da Modelagem Matemática pode atuar como um recurso motivador e facilitador na construção do conhecimento, influenciando positivamente o aprendizado dos estudantes e também motivando os professores ao oferecer uma alternativa metodológica ao ensino tradicional.

Diante desse cenário, surge uma importante questão pedagógica: como propor atividades que estimulem simultaneamente os estudantes com diferentes níveis de desempenho? Cohen e Lotan (2017, p. 134) apontam que “planejar situações em que alunos com baixo status possam demonstrar um desempenho de sucesso” é fundamental para mudar percepções e fortalecer a autoestima acadêmica, ao mesmo tempo em que é essencial envolver alunos com alto status como recursos valiosos para a aprendizagem coletiva.

Na autoavaliação, os estudantes relataram interesse moderado pela proposta e consideraram a atividade “um pouco difícil”, reconhecendo que a compreensão evoluiu durante a execução. Ressaltaram como aprendizagens principais o contato com colegas diferentes, a aplicação de funções do 1º grau e a relação com cálculos financeiros reais. Entre as sugestões de melhoria, destacaram a necessidade de mais tempo, aulas extraclasses, maior clareza nas perguntas e variedade nas situações-problema, como ilustrado na Figura 32.

Figura 32 – Resposta de um estudante na avaliação final.



Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: A imagem mostra um recorte de uma avaliação final realizada por um estudante, onde é possível ler um comentário solicitando uma maior variedade de atividades nos encontros. O estudante expressa o desejo de que as atividades sejam mais diversificadas, abrangendo diferentes tipos de abordagem e conteúdos. A resposta é escrita à mão, em uma folha de papel, com uma letra legível e organizada. O texto está localizado no centro da avaliação, destacando-se como um feedback sobre as experiências vividas durante o processo de aprendizagem.

A Figura 32, que apresenta um recorte da avaliação final feita por um estudante, evidencia a importância de considerar as percepções discentes como parte integrante do processo de ensino-aprendizagem. O comentário, ao sugerir a ampliação da variedade de atividades, revela o interesse por experiências pedagógicas mais dinâmicas e diversificadas, que dialoguem com diferentes estilos de aprendizagem e ampliem o engajamento. Essa manifestação espontânea reforça a relevância de práticas responsivas às vozes dos alunos, contribuindo para a construção de um ambiente mais participativo e significativo.

Refletir sobre esse tipo de devolutiva permite revisar e aprimorar continuamente as propostas didáticas, destacando a importância da inovação e flexibilidade no planejamento pedagógico. Como aponta Braga (2013), compreender a própria prática exige um olhar reflexivo que vá além da crítica, permitindo desconstruí-la para transformá-la a partir dos dilemas e decisões vivenciadas no cotidiano docente. Ao término do encontro, emergem importantes reflexões sobre como propor atividades que mobilizem todos os estudantes, promovendo tanto a colaboração entre os pares quanto o desenvolvimento de habilidades conceituais e práticas por meio da Modelagem Matemática.

Nesse contexto, torna-se fundamental equilibrar os níveis de desafio e acessibilidade, de modo a favorecer o protagonismo dos alunos com mais dificuldades e, ao mesmo tempo, manter o envolvimento dos que apresentam desempenho acadêmico mais elevado. A intencionalidade no planejamento deve estar voltada à criação de ambientes colaborativos e inclusivos, nos quais todos os estudantes possam contribuir ativamente e aprender de forma significativa.

4.1.5 Encontro nº 5 – Modelagem Matemática de Função do 1° Grau ou Afim: Álbum de figurinhas e construtor de habilidades

Ao entrar a sala de aula, percebi que os estudantes estavam um pouco agitados, possivelmente em razão do barulho da chuva. Após cumprimentá-los com uma saudação inicial, circulei entre os grupos, observando a movimentação. Notei que os alunos, de forma espontânea, já organizavam as carteiras em grupos. A estudante **E23**, sempre sorridente, perguntou se a atividade do dia seria difícil, enquanto o estudante **E9** comentou de maneira bem-humorada que apreciava esse tipo de desafio.

Apresentei então o tema da aula, que envolvia a modelagem Matemática de uma situação contextualizada no universo dos álbuns de figurinhas de jogadores de futebol, contemplando dois campeonatos populares entre os estudantes: a Libertadores da América e a Eurocopa. A escolha do tema visou dialogar com a realidade cotidiana da turma. Conforme destaca Bassanezi (2015, p. 15): “A modelagem é o processo de criação de modelos em que estão definidas as estratégias de ação do indivíduo sobre a realidade, mais especificamente sobre a sua realidade, carregada de interpretações e subjetividades próprias de cada modelador”.

A habilidade da BNCC trabalhada nesta aula foi a EM13MAT502, que propõe a construção de modelos com funções polinomiais de 1º ou 2º graus para resolver problemas contextualizados, com ou sem apoio de tecnologias digitais. Em seguida, apresentei a agenda da aula, composta por duas etapas: um aquecimento com a atividade “Construtor de Habilidades: Muitos Pontinhos” e a resolução de um problema matemático com base na modelagem proposta.

Os objetivos definidos para a aula foram: aprimorar as habilidades de trabalho em grupo; identificar funções em situações do cotidiano; e reconhecer conjuntos de dados que podem ser modelados por funções do 1º grau. Para introduzir a primeira atividade, retomei com a turma a dinâmica anterior, “Círculos Partidos”. Ao questioná-los sobre a experiência, os estudantes rapidamente demonstraram lembrar da proposta, sinalizando que a vivência anterior havia deixado marcas positivas no processo de aprendizagem.

> ***E6:*** *Professora é aquela atividade que agente tinha que doar peças para os outros, e que todos tinham que montar seus círculos?*
> ***Professora:*** *Isso mesmo E6, essa atividade vai ser parecida com a aquela.*
> **E3:** *Ah, eu lembro! Foi aquela que se a gente não ajudasse os outros, ninguém conseguia terminar, né? Tinha que pensar no grupo inteiro.*
> **Professora:** *Muito bem lembrado, E3! Essa é exatamente a ideia da atividade: perceber que, quando cada um contribui e pensa no coletivo, todo o grupo avança. Vocês vão perceber que, assim como naquela vez, a colaboração vai ser essencial para que todos consigam completar o desafio. Vamos colocar isso em prática mais uma vez?*

Esse O trecho de diálogo entre professora e estudantes evidencia a importância da ativação de memórias e experiências anteriores no processo de aprendizagem. A lembrança espontânea de E6 sobre a atividade anterior demonstrou não apenas seu envolvimento, mas também a eficácia daquela proposta em termos de engajamento e compreensão das dinâmicas colaborativas. A professora, ao valorizar essa conexão, reforçou a continuidade pedagógica e retomou habilidades já trabalhadas, como a cooperação e o raciocínio coletivo.

Na sequência, a fala de **E3** – “Ah, eu lembro! Foi aquela que se a gente não ajudasse os outros, ninguém conseguia terminar, né? Tinha que pensar no grupo inteiro.” – reforçou a internalização dos princípios colaborativos e a percepção da interdependência como elemento essencial para o sucesso do grupo. A escuta atenta dessas contribuições permitiu à professora reafirmar o valor das experiências anteriores e apresentar a nova proposta como uma continuidade, agora com ênfase na comunicação eficaz.

Expliquei à turma que a atividade teria estrutura semelhante à anterior, mas que o foco principal seria o aprimoramento da comunicação, especialmente a clareza nas trocas verbais. Como destacam Cohen e Lotan (2017, p. 39), “Alunos que estão preparados para a cooperação saberão comportar-se em situações sem supervisão direta do professor”. As autoras reforçam que a preparação colaborativa deve estabelecer normas explícitas ou expectativas compartilhadas que orientem o comportamento produtivo. Nesse contexto, essas regras foram apresentadas de forma lúdica, por meio de um jogo que funcionou como “construtor de habilidades”.

A atividade “Muitos Pontinhos” foi planejada com o objetivo de desenvolver a percepção, a comunicação descritiva e a cooperação. Cada grupo recebeu 24 cartas com uma malha 12x12 de pontinhos brancos e pretos, contendo pares, trios e uma carta única. O desafio era descobrir a carta sem par, sem mostrar as cartas aos colegas, utilizando apenas a descrição verbal.

Reforcei que se tratava de uma atividade cooperativa, sem vencedores ou perdedores, onde o aprendizado ocorreria pela interação entre os membros. O entusiasmo dos estudantes era visível no momento da explicação, e muitos aguardavam ansiosamente para iniciar. No início da atividade, o estudante **E6**, com TEA, participativo e atento, levantou a mão e fez um questionamento:

> ***E6:*** *Professora, e se a gente não conseguir encontrar a carta que não tem par?*
> Respondi tranquilizando-o:
> ***Professora:*** *Não tem problema E6. Caso não consigam identificar a carta única, vocês podem combinar uma nova estratégia de comunicação para tentar novamente.*
> *E6 sorri, demonstrando alívio.*

O sorriso de **E6** ao ouvir que poderia tentar novamente revelou não apenas compreensão do desafio, mas também um sentimento de segurança emocional diante da proposta. Esse momento sinaliza avanços significativos em sua interação social, especialmente em atividades em grupo, e evidencia como a abordagem colaborativa tem favorecido seu desenvolvimento pessoal e acadêmico. Situações como essa reforçam o potencial das práticas pedagógicas que valorizam a cooperação, a escuta e o apoio mútuo, não apenas como estratégias de ensino, mas como ferramentas para a formação integral dos estudantes, promovendo vínculos e o senso de pertencimento.

Esse breve diálogo com **E6** mostra como interações surgidas em contextos colaborativos podem se converter em oportunidades ricas de mediação pedagógica e fortalecimento das competências socioemocionais. A dúvida apresentada pelo estudante não evidenciou insegurança apenas, ela também apontou para o seu engajamento com a tarefa e seu senso de responsabilidade com o grupo.

Na continuidade da atividade, a estudante **E7** chamou minha atenção, solicitando orientação sobre a clareza da descrição que havia elaborado de sua carta. Sua preocupação em garantir a compreensão dos colegas revela um envolvimento consciente com a proposta e reforça o quanto os estudantes estavam comprometidos em contribuir ativamente para o sucesso coletivo. Esse tipo de postura reflete não apenas o aprendizado matemático, mas o fortalecimento de valores como empatia, escuta ativa e colaboração, pilares essenciais para a formação de sujeitos críticos e solidários.

> ***E7:*** *Minha carta tem quatro quadrados, dois brancos e dois pretos.*
> ***Professora:*** *Sua descrição está correta, mas seria importante que você localizasse os quadrados indicando direções, como direita e esquerda.*
> *Ao observar o grupo do estudante E9, percebi que enfrentavam dificuldades na comunicação. Aproximando-me, E9 comenta:*
> ***E9:*** *Professora, ninguém consegue entender o que eu digo, só porque sou técnico demais.*
> ***Professora:*** *Talvez seja necessário adaptar suas explicações para que seus colegas consigam compreendê-las. Considere utilizar uma forma mais simplificada. Este é o momento de praticar uma comunicação clara e acessível a todos.*

Esse trecho de interação evidencia dois aspectos fundamentais no trabalho em grupo: a importância da precisão na linguagem e a necessidade de adaptar a comunicação ao contexto colaborativo. Ao interagir com a estudante E7, busquei não apenas validar sua descrição, mas também orientá-la a aprimorar a clareza da comunicação. Sugeri que utilizasse referências espaciais, como “direita” e “esquerda”, para facilitar a compreensão por parte dos colegas, reforçando o desenvolvimento de habilidades de descrição objetiva e eficaz, essenciais em atividades que exigem cooperação.

Já ao observar o grupo do estudante **E9**, percebi que enfrentavam dificuldades na comunicação. Aproximando-me, ele comentou, um pouco frustrado: “Professora, ninguém consegue entender o que eu digo, só porque sou técnico demais.” Nesse momento, compreendi a necessidade de intervir com sensibilidade. Sugeri que ele adaptasse suas explicações para uma linguagem mais simples, destacando que essa era uma oportunidade para exercitar uma comunicação clara e acessível a todos. Refletindo sobre esse momento, percebo o quanto **E9** demonstra grande inteligência, embora, ocasionalmente, enfrente desafios em atividades colaborativas. No entanto, tenho observado avanços significativos em sua capacidade de cooperação, o que evidencia que ele tem exercitado essa habilidade de forma eficaz. Situações como essa reforçam, para mim, a importância de promover intencionalmente o desenvolvimento de habilidades comunicativas nas dinâmicas de grupo, como propõem Cohen e Lotan (2017), favorecendo o crescimento individual e coletivo dos estudantes.

Durante o momento de compartilhamento, os estudantes apontaram que a principal dificuldade enfrentada foi a comunicação, especificamente no desenvolvimento de estratégias para descrever as cartas de forma clara, possibilitando a compreensão e identificação pelos colegas. Alguns grupos relataram que utilizaram como estratégia a identificação pelos pontos pretos, o que se mostrou eficaz, enquanto outros tentaram com os pontos brancos, sem o mesmo sucesso. Outros grupos optaram por descrever as cartas considerando uma orientação de cima para baixo ou pela figura que julgavam identificar.

Nesse contexto, destacou-se a participação do estudante **E14**, cuja atuação representou um avanço importante no desenvolvimento de sua comunicação interpessoal. Apesar de ser reconhecido por sua timidez, o estudante demonstrou iniciativa ao expressar sua dificuldade em ser compreendido pelos colegas durante a atividade:

> ***E14:*** *Professora, eu tentava explicar, mas meus colegas não conseguiam entender.*
> ***Professora:*** *Que bom que você compartilhou isso. Na próxima rodada, você e seu grupo podem tentar elaborar uma estratégia de comunicação conjunta, indicando direções como da direita para a esquerda ou de cima para baixo. Isso pode facilitar o entendimento.*

A intervenção buscou reforçar a importância do diálogo e da construção coletiva de estratégias de comunicação mais eficientes, valorizando a contribuição do estudante e incentivando a reformulação dos métodos de interação no grupo. A superação da barreira da timidez por parte de **E14** também evidencia como o ambiente colaborativo, quando bem estruturado, pode favorecer a participação de todos os membros, respeitando suas individualidades.

De maneira geral, o entusiasmo dos estudantes ao longo da atividade foi notável, evidenciado pelo pedido espontâneo de realização de rodadas adicionais com o intuito de aprimorar sua compreensão da dinâmica. Tal envolvimento demonstra o potencial pedagógico das atividades colaborativas na construção de competências comunicativas e na valorização da aprendizagem significativa, conforme ilustrado na Figura 33.

Figura 33: Interação dos estudantes durante o jogo: Muitos pontinhos.

Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Imagem que mostra um grupo de estudantes sentados em uma mesa realizando a atividade "Muitos Pontinhos". Um dos estudantes segura cartas, enquanto os outros interagem e apontam para as cartas, demonstrando engajamento na dinâmica. A imagem captura o momento em que a colaboração e a comunicação eficaz entre os membros do grupo são evidentes. Os estudantes estão focados na tarefa e participando ativamente da atividade.

A Figura 33, que registra a realização da atividade "Muitos Pontinhos", evidencia um momento de intensa colaboração entre os estudantes. Na imagem, observa-se um estudante segurando as cartas, enquanto os demais membros do grupo participam ativamente da troca de informações e estratégias necessárias para cumprir a tarefa. A cena revela a atuação integrada dos alunos em suas respectivas funções, destacando a escuta ativa, a clareza na comunicação e o engajamento coletivo. Esses elementos reforçam a eficácia das normas de colaboração apresentadas ao longo da atividade.

Aproveitando o entusiasmo gerado pela dinâmica, introduzi a proposta seguinte, mais complexa, com foco na construção de soluções matemáticas aplicadas a um contexto cotidiano. Expliquei os critérios para a distribuição dos papéis, com base na soma dos números da data de nascimento: o estudante com a maior soma assumiria a função de facilitador, e os demais seriam harmonizador, repórter, monitor de recursos e controlador do tempo. Essa estrutura buscava garantir a participação equitativa de todos.

Os grupos dispunham de 30 minutos para resolver a situação-problema. Pedi que os monitores de recursos retirassem os cartões de atividades e de recursos. Antes mesmo de eu iniciar a leitura da proposta, fui surpreendida positivamente pelos alunos: expressaram o desejo de compreender a tarefa de forma autônoma. Esse gesto demonstrou um avanço importante na autonomia e nas competências colaborativas da turma.

A atividade desafiava os estudantes a utilizar uma função do primeiro grau para modelar o custo total da compra de figurinhas, estimar o valor do álbum da Copa Libertadores da América e comparar qual álbum, entre este e o da Eurocopa, seria mais vantajoso, considerando a quantidade de figurinhas adquiridas.

Durante a execução, acompanhei os grupos e observei diferentes níveis de compreensão. Alguns encontraram dificuldades para calcular o valor do álbum, enquanto outros conseguiram concluir a atividade com êxito.

No grupo em que estavam **E9** e **E8**, foi possível notar avanços significativos. **E9** identificou a abordagem necessária ao comparar os dados da tabela e calcular corretamente o valor do álbum. Junto com **E8**, analisaram os coeficientes e construíram o modelo matemático adequado. Após esse avanço, **E9** compartilhou a resolução com os demais colegas e demonstrou sensibilidade ao apoiar estudantes com mais dificuldades. Delegou tarefas de forma colaborativa, solicitando a **E8** que elaborasse o gráfico e a **E17** que montasse o cartaz, promovendo a equidade e o engajamento de todos.

Ao me aproximar de outro grupo, o estudante **E12** solicitou apoio, informando que sua equipe estava enfrentando dificuldades para chegar a uma conclusão sobre o valor do álbum.

> ***E12:*** *Eu sei que precisamos construir um gráfico para cada álbum para poder comparar, mas não sei quais valores colocar.*
> ***Professora:*** *Quais informações vocês já possuem?*
> ***E12:*** *Professora, nós não estamos conseguindo chegar a uma conclusão sobre o preço do álbum da Eurocopa, só sabemos o preço do álbum da libertadores.*
> ***Professora:*** *Muito bom você ter identificado essa necessidade, E12. Como você já sabe o valor do álbum da Libertadores e o preço dos pacotes de figurinhas, comece por ele.*
> ***E1:*** *Eu sei fazer o gráfico, posso fazer um e E12 faz o outro.*
> ***Professora:*** *Isso é muito bom E1, mais para elaborar um bom gráfico, primeiro vocês precisam observar alguma regularidade na tabela, a partir dessa regularidade que vocês deverão fazer a comparação para encontrar o valor do outro álbum.*

Durante esse momento da atividade, o diálogo com os estudantes **E12** e **E1** me trouxe uma reflexão importante sobre o processo de construção do conhecimento em grupo. A fala de **E12**, ao expressar dúvida sobre quais valores utilizar no gráfico, revelou não apenas uma dificuldade conceitual, mas também um amadurecimento no raciocínio, pois ele já compreendia a importância de ter dados consistentes para realizar comparações, percebo um grande crescimento de **E12**, ele está mais engajado nas atividades. Ao mesmo tempo, **E1** demonstrou disposição em colaborar, oferecendo-se para dividir as tarefas, o que reforça o espírito de cooperação que temos buscado cultivar ao longo dos encontros.

Como professora, percebi o quanto é fundamental mediar essas interações de maneira que todos possam participar ativamente e desenvolver autonomia. Em vez de fornecer respostas prontas, busquei conduzi-los à reflexão sobre os dados disponíveis e à observação de padrões, pois é por meio dessa investigação que a aprendizagem se torna significativa. Esse episódio reforçou para mim a importância de criar situações em que os alunos não apenas resolvam problemas, mas aprendam a dialogar, dividir responsabilidades e tomar decisões em conjunto, elementos essenciais tanto para o desenvolvimento matemático quanto para a formação cidadã.

Ao passar por outro grupo notei que a interação não estava fluindo bem, pois E18 não estava participando da discussão e estava distraído com o celular, enquanto os demais tentavam resolver a questão. **E18**, embora inteligente, demonstrava desinteresse pela atividade. Continuei monitorando o grupo até que o estudante **E26** me chamou:

> "***E26:*** *Professora, você poderia verificar se o nosso grupo está correto no modelo encontrado"?*

Ao verificar a resolução do grupo, percebi que haviam chegado a uma resposta próxima do correto, e fiz algumas sugestões para que pudessem perceber onde estavam errados, então resolvi intervir e chamar **E18** para contribuir com o grupo.

> ***Professora:*** *Confiram seus cálculos com a tabela. O que você acha E18? Será que esse modelo encontrado pelo grupo serve para todas as quantidades de figurinhas? Você gostaria de ajudar o seus colegas a revisar as contas?*
> *E18: Acho que posso ajudar sim, professora.*
> *E7: Que bom, E18! Vem ver aqui com a gente. Acho que tem algo estranho nesse cálculo, talvez você consiga nos ajudar a entender.*
> *E7 (logo depois): Já encontrei onde estava o erro. Obrigada, professora. Vamos corrigir agora.*

Ao perceber que um dos grupos apresentava dificuldades para verificar seus cálculos, estimulei a participação do estudante **E18**, que prontamente se dispôs a colaborar. O convite feito por **E7** para que ele contribuísse foi um gesto significativo, que incentivou a participação ativa e favoreceu a interação. A partir desse movimento, os integrantes do grupo revisaram os cálculos e rapidamente identificaram um erro, comprometendo-se a corrigi-lo em conjunto. Essa experiência reforça a importância de promover um ambiente de aprendizagem no qual o erro seja compreendido como parte do processo. Boaler (2018) ressalta que, quando a Matemática é abordada de forma criativa e conectada à construção de significados, e os erros são valorizados como oportunidades de aprendizagem, os estudantes tendem a se engajar mais e alcançar avanços significativos.

Durante a execução da tarefa, o estudante **E14** foi responsável por elaborar o cartaz. Demonstrou habilidades criativas notáveis e passou a ser frequentemente solicitado pelos colegas para desempenhar essa função. Seu engajamento crescente nas interações evidencia um avanço significativo em sua socialização, revelando como as atividades desenvolvidas têm favorecido a equidade ao permitir que diferentes talentos se destaquem.

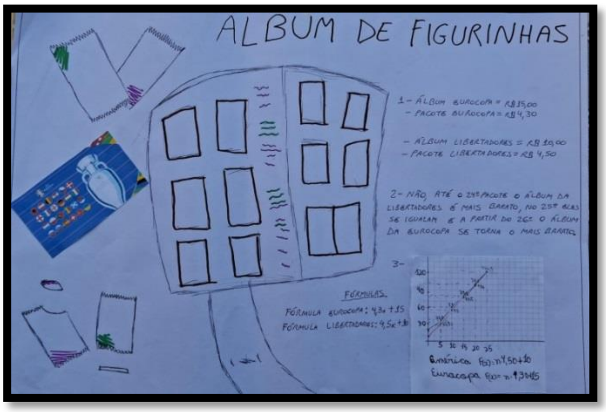
Encerrado o tempo destinado à atividade, os grupos iniciaram a etapa de socialização. Para ampliar a reflexão, propus que os repórteres de cada grupo compartilhassem as facilidades e dificuldades enfrentadas durante a resolução do problema, evitando a simples leitura do cartaz. Essa estratégia buscou aproveitar de forma mais efetiva o tempo disponível, muitas vezes reduzido no fim da aula.

Nos relatos, os grupos indicaram como principal dificuldade a Modelagem Matemática para encontrar o valor do álbum da Libertadores, além da concentração de alguns integrantes. Por outro lado, destacaram como facilidades a construção dos gráficos, a elaboração visual dos cartazes e o envolvimento gerado pelo tema, que despertou ideias para futuras modelagens, como o cálculo da força de um chute, a área do campo, a arrecadação com ingressos ou a velocidade de um jogador. Esses comentários revelam que os estudantes estão se aproximando do conceito de Modelagem Matemática, como conceituado por Bassanezi (2015, p. 15): “A Modelagem Matemática é simplesmente uma estratégia utilizada para obtermos alguma explicação ou entendimento de determinadas situações reais”, e por Biembengut e Hein (2023, p. 23), que afirmam: “O trabalho de modelagem tem como objetivo principal criar condições para que os alunos aprendam a fazer modelos matemáticos, aprimorando seus conhecimentos”.

As discussões foram produtivas e marcadas por colaboração e participação equitativa. A Figura 34 apresenta o cartaz do Grupo 1, que destacou-se pela criatividade e clareza na proposta. O grupo construiu uma função do 1º grau com precisão, determinando os valores do álbum e dos pacotes de figurinhas, além de comparar financeiramente as opções de compra. A análise gráfica evidenciou o ponto de convergência das retas, identificando que após a aquisição de 24 pacotes, uma das opções se torna mais vantajosa.

A execução da tarefa neste grupo refletiu forte cooperação entre os membros. Como sugestão para aprimoramentos futuros, recomenda-se que o gráfico seja construído em uma escala maior, favorecendo a visualização e interpretação dos dados.

Figura 34 – Cartaz do grupo do álbum de figurinhas.



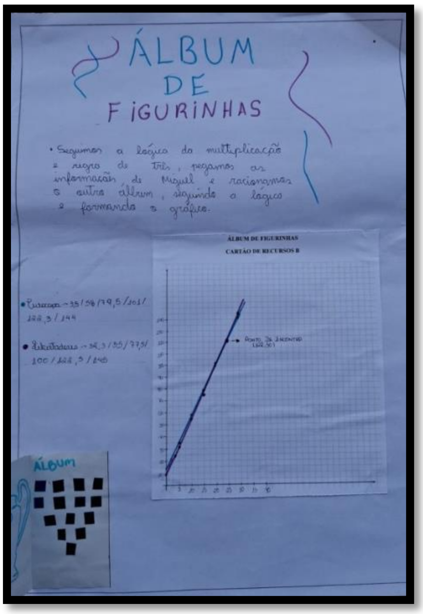
Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Cartaz elaborado por um grupo de estudantes. À esquerda, há um desenho representando um álbum de figurinhas. A direita, observa-se um gráfico de função do 1º grau com dois conjuntos de dados comparativos. À direita mais acima um texto explicativo descreve o processo de modelagem matemática realizado pelos alunos para comparar os preços de dois álbuns de figurinhas, relacionando a quantidade de pacotes comprados com o custo total.

O segundo grupo analisado também alcançou os resultados corretos e apresentou um cartaz bem-organizado, destacando o ponto de encontro entre as retas no gráfico. Contudo, não ficou evidente no cartaz o processo utilizado para determinar os valores que sustentaram a construção do gráfico, nem a Modelagem Matemática empregada na resolução do problema.

Como sugestão para atividades futuras, orientei o grupo a ilustrar melhor suas respostas, incluindo a organização dos dados em tabelas, a demonstração dos cálculos realizados e a nomeação dos eixos cartesianos, o que contribuiria para uma apresentação mais clara e completa do raciocínio desenvolvido. O cartaz do grupo está ilustrado na figura 35.

Figura 35 – Cartaz do grupo 2- Álbum de figurinhas.



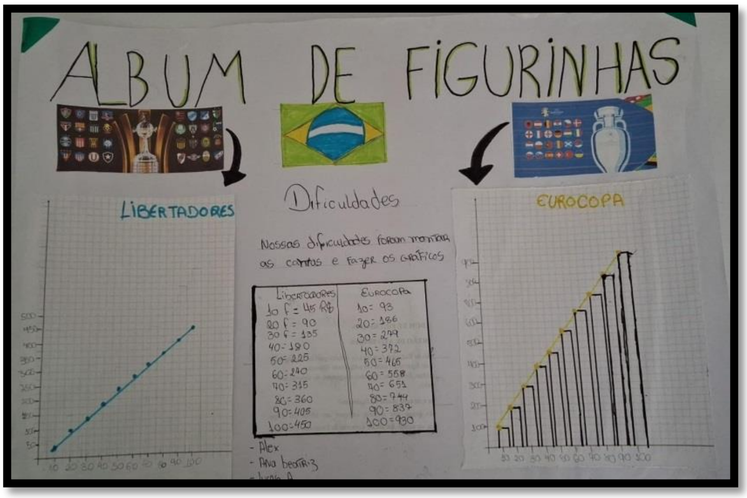
Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Cartaz elaborado por um grupo de estudantes. À esquerda, há um desenho representando um álbum de figurinhas. A direita, observa-se um gráfico de função do 1º grau com dois conjuntos de dados comparativos. À direita mais acima um texto explicativo descreve o processo de modelagem matemática realizado pelos alunos para comparar os preços de dois álbuns de figurinhas, relacionando a quantidade de pacotes comprados com o custo total.

O terceiro grupo analisado demonstrou grandes dificuldades no desenvolvimento da atividade. Apesar de apresentarem um cartaz criativo, um dos gráficos construídos não correspondia à função do primeiro grau. Embora tenham identificado o crescimento, não conseguiram compreender plenamente o problema, não determinaram o valor dos álbuns nem realizaram a Modelagem Matemática, impossibilitando a análise de vantagem ou desvantagem entre as opções propostas.

Sugeri que, em futuras atividades, o grupo procure realizar uma leitura mais atenta dos cartões de atividade e de recursos, anotando as informações relevantes para facilitar a compreensão do problema. Ressaltei a importância de sempre tentar e aprender com os erros, destacando que, ao identificar onde erraram, poderão buscar esclarecer suas dúvidas. Essa orientação está alinhada à perspectiva de Boaler (2018, p. 15), que defende a promoção de uma mentalidade de crescimento, afirmando que "quando ensinamos aos estudantes que erros são positivos, isso tem efeito libertador para eles". O cartaz produzido pelo grupo se encontra na figura 4. O cartaz produzido pelo grupo está apresentado na Figura 36.

Figura 36: Cartaz do grupo 3- Álbum de figurinhas



Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Cartaz produzido por estudantes com o tema da comparação de preços entre dois álbuns de figurinhas. Na parte superior do cartaz, aparecem as imagens dos símbolos da Libertadores e da Eurocopa. No lado direito, há um gráfico de função do 1º grau representando a relação entre o número de pacotes de figurinhas e o custo total. No lado esquerdo, um gráfico de barras compara os valores individuais dos itens envolvidos. O cartaz é acompanhado de anotações feitas pelos alunos explicando o processo de modelagem matemática realizado.

Ao refletir sobre as atividades desenvolvidas neste encontro, percebe-se que a integração entre metodologias ativas e dinâmicas em grupo promoveu aprendizagens significativas, contribuindo para o desenvolvimento de competências tanto matemáticas quanto socioemocionais. A utilização da Modelagem Matemática, aliada ao trabalho colaborativo, mostrou-se eficaz para estimular o engajamento dos estudantes, aprimorar habilidades de comunicação e fomentar o protagonismo no processo de aprendizagem.

A proposta de contextualizar o estudo de funções com situações próximas à realidade dos alunos, como a análise financeira de álbuns de figurinhas, facilitou a conexão entre conceitos abstratos e experiências concretas. Essa abordagem não apenas favoreceu a compreensão dos conteúdos matemáticos, mas também despertou maior interesse pela aplicabilidade da Matemática no cotidiano, reforçando sua relevância como ferramenta de leitura e interpretação do mundo. Nesse sentido Fontes (2014) propõe Modelagem Matemática como um recurso relevante para despertar a curiosidade dos alunos, tornando o aprendizado mais prazeroso e significativo.

Ao considerar o erro como parte natural do processo de aprendizagem, foi possível construir um ambiente acolhedor e motivador, no qual os alunos se sentiram seguros para explorar, revisar e aprimorar suas respostas. Tal perspectiva está alinhada à proposta de Boaler (2018), que enfatiza o potencial transformador de uma Matemática ensinada de forma criativa, conectada à realidade e pautada em conexões significativas.

As intervenções realizadas ao longo da aula evidenciaram o papel da mediação docente como suporte fundamental para que os estudantes superassem dificuldades, refinassem estratégias e reconhecessem suas próprias contribuições. Esse acompanhamento contínuo foi essencial para garantir que todos os alunos, independentemente de seu nível de habilidade, participassem de maneira ativa, promovendo um ambiente inclusivo e equitativo.

Um exemplo marcante foi a fala da estudante **E10**:

E10: *"Eu não entendia nada de gráfico, mas o pessoal do grupo me explicou e no final fui eu quem apresentou o cartaz".*

Esse relato ilustra de forma potente como a equidade e a colaboração estiveram presentes na dinâmica do trabalho em grupo. Além de indicar avanços individuais na compreensão de conceitos matemáticos, a fala revela o fortalecimento das relações interpessoais, da escuta entre os pares e da corresponsabilidade na construção do conhecimento. Ao ser acolhida, E10 não apenas aprendeu com seus colegas, mas também assumiu um papel protagonista, demonstrando o quanto ambientes colaborativos podem potencializar a aprendizagem e promover a inclusão.

A análise dos cartazes produzidos permitiu identificar tanto os avanços quanto os desafios ainda presentes. Alguns grupos demonstraram domínio conceitual e organização na exposição de ideias, enquanto outros revelaram dificuldades na modelagem e na explicitação dos raciocínios utilizados. Essa diversidade de resultados apontou para a importância de práticas pedagógicas contínuas que estimulem a leitura crítica, a organização de dados e a validação coletiva das estratégias desenvolvidas.

4.1.6 Encontro n° 6 – Modelagem Matemática de Função Quadrática: Horta Comunitária e um Construtor de Habilidades Projetista Mestre

Ao entrar na sala de aula, os estudantes questionaram se as atividades seriam novamente realizadas em grupos. Ao confirmar a continuidade dessa abordagem, enfatizei a importância do trabalho colaborativo para o aprendizado. No entanto, percebi que alguns estudantes demonstravam certo cansaço em relação às atividades em grupo e manifestaram o desejo de uma aula tradicional. Ainda assim, observei que aqueles que possuem maior dificuldade em Matemática geralmente se sentem mais confortáveis nesse formato, pois o ambiente colaborativo lhes proporciona maior segurança para expor dúvidas e buscar esclarecimentos.

A organização dos grupos de forma heterogênea revela-se essencial para o desenvolvimento do raciocínio matemático de todos os estudantes. A metodologia de ensino baseada na interação favorece a troca de experiências, permitindo que estudantes mais avançados ampliem sua compreensão ao explicar conceitos para colegas com dificuldades. Esse processo transforma a sala de aula em uma verdadeira comunidade de aprendizagem Matemática, na qual os saberes são construídos coletivamente e a cooperação fortalece o desenvolvimento cognitivo de todos os envolvidos. Nesse sentido Van de Walle (2009, p. 49) destaca que:

> Uma meta muito valiosa é transformar sua sala de aula no que poderia ser chamado de uma "comunidade de aprendizes de matemática", ou um ambiente no qual os estudantes interagem entre si e com o professor. Nesse ambiente, os estudantes compartilham ideias e resultados, comparam e avaliam estratégias, desafiam resultados, determinam a validade das respostas e negociam ideias sobre as quais todos podem concordar. A rica interação nesta sala de aula amplia, significativamente, as chances de que o pensamento reflexivo e produtivo sobre as ideias matemáticas pertinentes ocorra.

Essa experiência reforça a relevância do trabalho em grupo como estratégia pedagógica para a aprendizagem Matemática, favorecendo o engajamento dos estudantes e a construção coletiva do conhecimento.

Dando continuidade à aula, realizei um sorteio para a formação dos grupos, que se organizaram conforme a dinâmica já estabelecida. Em seguida, apresentei o tema da aula e os objetivos relacionados à habilidade (EM13MAT502), que propõe investigar relações numéricas em tabelas, representá-las no plano cartesiano, identificar padrões e expressá-los algebricamente, reconhecendo funções polinomiais do 2º grau do tipo $y = ax^2$. Os objetivos específicos foram:

- Analisar situações que envolvem máximos e mínimos em contextos diversos;
- Identificar intervalos de crescimento e decrescimento em funções quadráticas;
- Resolver equações do 2º grau por meio dos coeficientes e encontrar as coordenadas do vértice da parábola.

Para iniciar as atividades em grupo e promover engajamento, propus uma dinâmica de aquecimento denominada "Projetista Mestre", integrante do Construtor de Habilidades. A atividade, baseada na manipulação do Tangram, quebra-cabeça chinês formado por sete peças geométricas, visou estimular a colaboração, a comunicação e o raciocínio espacial entre os integrantes do grupo. A Figura 37 ilustra o conjunto de peças utilizadas.

Figura 37- Figuras montadas com as peças do Tangram.

Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: À esquerda da imagem, há um quadrado montado com as sete peças coloridas do Tangram. À direita, aparecem três figuras formadas com as mesmas peças: uma tartaruga, um pato e uma casa. Todas as formas são compostas por triângulos, quadrado e paralelogramo em cores vivas, evidenciando a diversidade de construções possíveis com o mesmo conjunto geométrico.

Para a realização da atividade, um dos integrantes do grupo foi designado como Projetista Mestre, responsável por criar uma figura com as peças do Tangram e fornecer instruções verbais aos colegas para que reproduzissem o desenho. Os demais participantes, atuando como jogadores, não podiam visualizar o modelo original nem a montagem dos outros colegas, mas tinham a possibilidade de fazer perguntas ao Projetista para obter pistas. O jogo prosseguia até que um dos estudantes acreditasse ter identificado corretamente a figura, momento em que a solução era verificada. Caso confirmada, esse participante era incentivado a ajudar os demais com novas orientações.

A dinâmica teve como objetivo o desenvolvimento de habilidades de comunicação, raciocínio espacial, escuta ativa e cooperação. Esperava-se dos estudantes comportamentos como incentivar a autonomia do grupo, valorizar a liderança do Projetista Mestre e colaborar de forma efetiva. Algumas sugestões de figuras foram projetadas, mas os alunos também tiveram liberdade para criar seus próprios desenhos, estimulando a criatividade, como ilustrado na Figura 38.

Figura 38: Estudantes no construtor de habilidades Projetista Mestre.

Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: A imagem é composta por quatro fotografias de estudantes trabalhando em grupos colaborativos durante a atividade "Projetista Mestre". Os alunos estão sentados em grupos, com os cadernos posicionados verticalmente sobre as carteiras, formando uma barreira visual entre eles. Essa configuração impede que vejam a figura que o colega está montando, exigindo uma comunicação oral eficaz para o sucesso da tarefa. A cena retrata concentração, interação e cooperação entre os participantes.

Os estudantes demonstraram grande envolvimento na atividade “Projetista Mestre”, relatando que se divertiram durante sua realização. Nas reflexões subsequentes, destacaram a importância da comunicação clara para o sucesso da tarefa. Apesar de algumas dificuldades iniciais na interpretação das instruções, com o apoio dos colegas conseguiram concluir a montagem das figuras. Muitos relataram que a impossibilidade de ver o trabalho dos demais tornou a atividade mais desafiadora, mas estratégias bem definidas facilitaram o processo. A estudante E7, por exemplo, explicou que seu grupo adotou uma estratégia eficiente ao organizar a comunicação do Projetista com base na forma geométrica, no tamanho e na posição das peças, o que levou todos a finalizarem a figura com sucesso.

A experiência foi positiva, e os estudantes demonstraram interesse em repetir a dinâmica. Como apontam Cohen e Lotan (2017), os construtores de habilidades são eficazes para orientar comportamentos colaborativos, promovendo escuta ativa e comunicação assertiva.

Após o encerramento da dinâmica, a aula avançou para o conteúdo central, a função quadrática. Os estudantes foram convidados a compartilhar seus conhecimentos prévios e, em seguida, receberam um resumo teórico sobre a função e sua representação gráfica. Para a atividade principal, os papéis nos grupos foram distribuídos com base em um critério objetivo, o menor número do dia de nascimento, garantindo alternância de funções e participação equitativa.

A proposta estava vinculada ao projeto escolar de horta comunitária, que já é desenvolvido com a participação dos alunos e fornece alimentos para a merenda. Diante da necessidade de ampliar o espaço da horta, os estudantes foram desafiados a contribuir com a tomada de decisão por meio da Modelagem Matemática. O orçamento de R$ 800,00 seria destinado à compra da cerca e das mudas, e os grupos deveriam planejar a melhor forma de expandir a área de plantio, maximizando o espaço disponível.

Os monitores de recursos retiraram os materiais necessários, e os grupos iniciaram a atividade prática, conforme ilustrado na Figura 39.

Figura 39: Estudantes realizando a atividade de função de quadrática.

Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: A imagem é composta por três fotografias que retratam momentos da atividade sobre função quadrática realizada em grupos colaborativos. À esquerda, uma estudante aparece com as mãos na cabeça, em expressão de concentração e reflexão. Ao centro, um estudante em pé conversa com os colegas que estão sentados, indicando uma troca ativa de ideias. À direita, três alunas estão inclinadas sobre a carteira, focadas na resolução da atividade, evidenciando engajamento e colaboração.

O desenvolvimento da atividade demonstrou-se altamente produtivo, uma vez que o tema abordado estava diretamente relacionado à realidade dos estudantes, despertando seu interesse e favorecendo o trabalho em grupos colaborativos. A Modelagem Matemática, ao integrar conceitos matemáticos a situações cotidianas e contextos familiares aos alunos, como aspectos sociais, econômicos e ambientais, promove uma aprendizagem significativa e demonstra que o estudo da Matemática pode ser não apenas relevante, mas também instigante e prazeroso.

Dessa forma, a proposta da Modelagem Matemática fundamenta-se na exploração do contexto real do estudante, permitindo que os conceitos matemáticos façam sentido e sejam aplicados de maneira concreta. Nesse sentido, Almeida *et al*. (2016, p. 25) ressaltam que:

> [...] atividades de Modelagem Matemática são essencialmente cooperativas, indicando que a modelagem tem nos trabalho em grupo seu aporte. Assim, outro aspecto da modelagem é indicativo: grupos de alunos orientados e estimulados pelo professor desenvolvem as atividades.

Portanto, a Modelagem Matemática não apenas estimula o desenvolvimento do raciocínio lógico, como também reforça a importância do trabalho coletivo, potencializando a construção do conhecimento por meio da interação entre os estudantes e o professor.

Ao iniciar a atividade voltada ao estudo de funções quadráticas, alguns estudantes manifestaram dúvidas quanto à obrigatoriedade do uso da fórmula de Bhaskara, uma vez que o problema proposto envolvia uma equação do 2º grau. Diante dessas inquietações, esclareci à turma que, por se tratar de um problema aberto, caberia a cada grupo decidir qual estratégia de Modelagem Matemática seria mais adequada para a resolução da situação, desde que a justificativa apresentada fosse coerente do ponto de vista matemático.

Em determinado momento, o estudante E2 expressou sua dúvida:

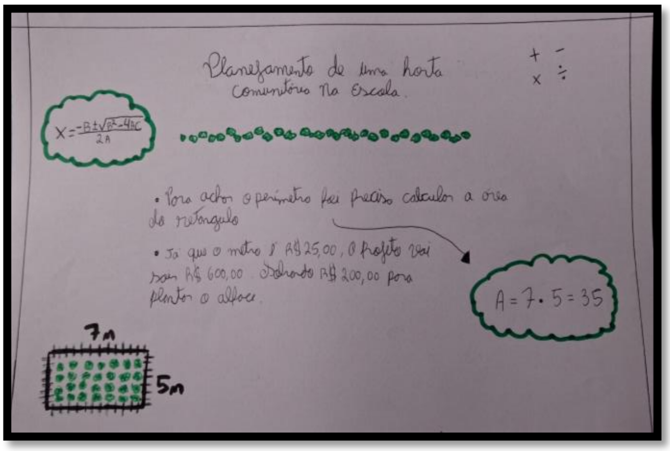
> ***E2:*** *Professora, eu já sei a resposta, mas não usei a fórmula de Bhaskara. Pode ser de outra forma?*
> *Diante disso, reforcei a autonomia dos grupos na construção da resolução, respondendo:*
> ***Professora:*** *Muito bem, E2! Agora é importante verificar se todos do seu grupo compreenderam a proposta e, juntos, decidirem qual é a melhor forma de modelar o problema.*
> *Na sequência, o estudante E9 compartilhou uma reflexão sobre a dinâmica de trabalho com seus colegas, dizendo:*
> ***E9:*** *Professora, eu consigo entender rápido a proposta da atividade, mas sei que meus colegas demoram um pouco mais, então eu tento explicar para eles como eu pensei.*
> *Valorizei essa postura colaborativa com a seguinte resposta:*
> ***Professora:*** *Ótima atitude, E9. É exatamente esse tipo de apoio que torna o trabalho em grupo produtivo. Precisamos ajudar os colegas que não têm tanta facilidade.*

Esse momento evidenciou a importância de considerar a heterogeneidade da turma, reconhecendo os diferentes níveis de desenvolvimento das habilidades matemáticas. Ao permitir múltiplas abordagens e flexibilizar as formas de resolução, promoveu-se tanto a construção do conhecimento quanto a colaboração entre os estudantes, fortalecendo práticas pedagógicas inclusivas e equitativas.

Boaler (2018, p. 99) destaca que problemas com "piso baixo e teto alto" são fundamentais para uma educação Matemática que acolha todos os alunos, estimulando diversas formas de raciocínio. Assim, a variedade de estratégias adotadas pelos grupos contribuiu para o desenvolvimento da autonomia e do pensamento crítico.

Como parte da atividade, os estudantes criaram cartazes criativos para representar as soluções construídas em grupo, com base na análise de funções do 2º grau. O Grupo 1, por exemplo, seguiu um raciocínio intuitivo baseado em tentativa e erro ao calcular áreas, mas não explorou a função quadrática de forma aprofundada. A produção, apresentada na Figura 40, reflete o caminho percorrido pelo grupo, ainda que revele a necessidade de maior domínio conceitual sobre os conteúdos matemáticos envolvidos.

Figura 40: Cartaz do grupo1 – Horta comunitária.

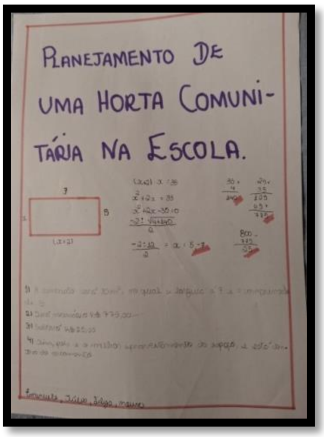


Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Fotografia de um cartaz elaborado por estudantes como produto final de uma atividade sobre função quadrática, com o tema “Horta comunitária”. À esquerda do cartaz, há um desenho colorido representando a horta com canteiros e vegetações. À direita, encontra-se um texto explicativo contendo as fórmulas matemáticas utilizadas para modelar o problema proposto, que envolvia o cálculo da área e otimização do espaço. O cartaz está fixado na parede da sala, com letras escritas à mão e ilustrações feitas pelos próprios alunos.

Grupo 2: Este grupo explorou a função quadrática para modelar a resolução do problema, demonstrando uma compreensão mais aprofundada do conteúdo abordado. No entanto, houve um erro no cálculo do valor gasto com a compra da cerca, o que resultou em uma falha no cálculo do valor restante. Isso evidenciou uma confusão entre os conceitos de área e perímetro. Apesar disso, foi possível trabalhar com os estudantes a ideia de que os erros são parte do processo de aprendizagem, conforme defendido por Boaler (2018), que destaca que, quando os estudantes reconhecem seus erros, a mentalidade de crescimento é estimulada, promovendo conexões cerebrais que favorecem o aprendizado. O cartaz desse grupo está representado na figura 41.

Figura 41: Cartaz do grupo 2 – Horta comunitária

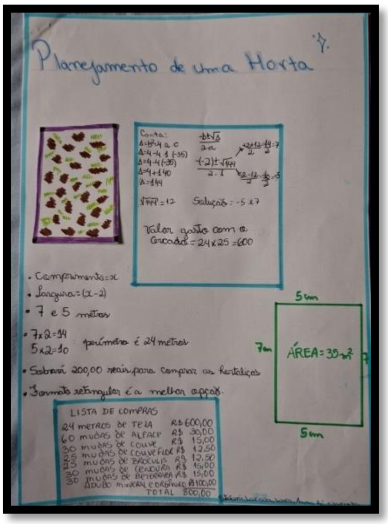


Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Fotografia de um cartaz elaborado por estudantes como produto final de uma atividade sobre função quadrática, com o tema “Horta comunitária”. À esquerda do cartaz, há um desenho de um retângulo representando a horta. À direita, encontra-se um texto explicativo contendo as fórmulas matemáticas utilizadas para modelar o problema proposto, que envolvia o cálculo da área e otimização do espaço. O cartaz está fixado na parede da sala, com letras escritas à mão e ilustrações feitas pelos próprios alunos.

Grupo 3: Os integrantes desse grupo demonstraram uma excelente exploração da função quadrática, destacando a resolução da equação do segundo grau para determinar as dimensões da horta. O aspecto mais interessante dessa abordagem foi a elaboração de uma lista de compras, que incluía o valor gasto com a tela para cercar o espaço e o valor restante, destinado à compra de mudas e adubo. Essa demonstração de criatividade e empenho na resolução do problema reflete a boa compreensão do conteúdo e a aplicação prática do conhecimento, especialmente considerando que a atividade envolvia um planejamento. O cartaz desse grupo está representado na figura 42.

Figura 42: Cartaz do grupo 3 – Horta comunitária.

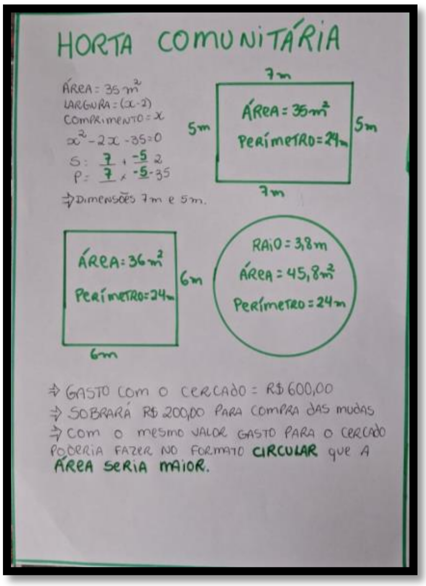


Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Imagem de um cartaz elaborado por estudantes como resultado de uma atividade sobre função quadrática com o tema “Horta comunitária”. No lado esquerdo do cartaz, há um desenho colorido de uma horta com canteiros e vegetação. À direita, há um texto explicativo com as fórmulas matemáticas utilizadas para modelar a situação, incluindo equações do 2º grau. Na parte inferior do cartaz, está uma lista de compras contendo os materiais necessários para a construção da horta e o plantio de hortaliças. O cartaz está exposto na parede da sala de aula, com elementos escritos e desenhados à mão pelos alunos.

Grupo 4: Este grupo se destacou pelo alto desempenho ao explorar a função quadrática com uma abordagem diferenciada, utilizando a resolução por soma e produto das raízes para encontrar as dimensões necessárias à resolução do problema. Além disso, calcularam o valor a ser gasto e o montante que sobraria. O aspecto mais notável foi o teste realizado para verificar se o formato retangular realmente era o melhor. Utilizando o mesmo perímetro, calcularam as áreas de outros formatos e descobriram que o formato quadrado proporcionava uma área maior do que o retângulo, enquanto o formato circular oferecia o melhor aproveitamento de espaço, com maior área e o mesmo custo com a tela. O grupo ainda construiu o gráfico da função, embora tenha optado por não incluí-lo no cartaz, uma vez que conseguiram interpretar a solução de forma clara para explicar aos colegas. Essa abordagem evidenciou que os estudantes começaram a perceber que um problema pode ser explorado de diferentes maneiras. O cartaz desse grupo se encontra na figura 43.

Figura 43: Cartaz do grupo.



Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Imagem de um cartaz elaborado por estudantes como resultado de uma atividade sobre função quadrática com o tema "Horta comunitária". O cartaz apresenta, ao centro, desenhos de diferentes figuras geométricas, um retângulo, um quadrado e um círculo, utilizados para representar possíveis formatos da horta. O objetivo é demonstrar, por meio da comparação entre as formas, qual delas permite a maior área com o mesmo perímetro. Ao lado dos desenhos, há textos explicativos com as fórmulas matemáticas utilizadas e a modelagem da situação-problema, incluindo equações do 2º grau que justificam a escolha do formato mais eficiente. O cartaz é todo feito à mão, com escritas e ilustrações coloridas, destacando a compreensão dos alunos sobre o conteúdo.

Após as apresentações, alguns estudantes demonstraram surpresa com a proposta do Grupo 4, que testou outros formatos além do retangular, revelando o quanto a ideia inicial havia sido naturalizada pelos demais. Durante as considerações finais, discutiu-se a representação gráfica da função, uma vez que apenas um grupo construiu o gráfico, apontando uma lacuna na compreensão desse conceito, que poderá ser melhor explorado em encontros futuros.

As diferentes abordagens adotadas pelos grupos revelaram distintos níveis de compreensão da função quadrática e de sua aplicação prática. Enquanto alguns seguiram estratégias mais diretas, outros avançaram no uso da Modelagem Matemática, mobilizando conceitos como soma e produto das raízes e explorando diferentes configurações geométricas. Esse tipo de atividade favorece a ressignificação dos saberes matemáticos, ampliando a capacidade de abstração e promovendo o desenvolvimento de competências investigativas e críticas, conforme argumenta Almeida (2023), ao destacar o potencial da Modelagem e da resolução de problemas para a construção de sentidos e significados na aprendizagem matemática.

Os erros observados ao longo da atividade não foram tratados como falhas, mas como parte do processo formativo. Conforme aponta Boaler (2018), refletir sobre os erros fortalece a mentalidade de crescimento e favorece aprendizagens mais significativas. A dificuldade em representar e interpretar os gráficos das funções foi um ponto recorrente, que será retomado futuramente para consolidar o conteúdo e ampliar as competências dos estudantes.

4.1.7 Encontro nº 7 – Modelagem Matemática de Função Exponencial: Viralizando Mensagens

O encontro teve início com a acolhida aos estudantes e a organização dos grupos, previamente definidos por sorteio, visando à diversidade de perfis e à promoção do trabalho colaborativo. Na sequência, foram apresentados os objetivos da aula, centrados no desenvolvimento da habilidade EM13MAT304, que propõe a resolução e elaboração de problemas com funções exponenciais, com ênfase na compreensão e interpretação da variação entre grandezas envolvidas. A proposta buscou articular esse conhecimento matemático a contextos significativos, como a Matemática Financeira, favorecendo a construção de sentidos para os conteúdos e ampliando a capacidade dos alunos de analisar fenômenos de crescimento e decaimento exponenciais.

Com o intuito de promover o engajamento dos estudantes e introduzir o conceito de função exponencial de forma contextualizada, a aula teve início com uma provocação da professora: *"No mundo real, há situações em que é possível observar fenômenos que se desenvolvem de forma crescente ou decrescente. Um exemplo recente foi a pandemia da*

COVID-19. Qual a relação que podemos estabelecer entre o crescimento da doença e a função exponencial?"

A pergunta gerou reflexões relevantes, possibilitando a conexão entre o conteúdo matemático e uma experiência vivenciada pelos próprios alunos. O estudante E12 destacou a rapidez com que o vírus se espalhou entre a população, enquanto E9 relacionou esse comportamento ao padrão de crescimento da função exponencial, demonstrando não apenas familiaridade com o conceito, mas também capacidade de aplicar esse conhecimento a uma situação concreta. Essa interação revelou avanços significativos na apropriação do conteúdo, além de indicar maior envolvimento dos estudantes com a proposta didática.

A partir dessas contribuições, foi feita uma revisão sobre potenciação e discutido o comportamento de funções exponenciais crescentes e decrescentes. Para ilustrar visualmente esses conceitos, os alunos analisaram uma sequência de figuras geométricas apresentada na Figura 44, sendo desafiados a identificar padrões e estabelecer conexões com a função estudada.

Figura 44 – Sequência de triângulos.

Fonte: Adaptada Material digital Estado de São Paulo 2025.

#ParaTodosVerem: Imagem composta por uma sequência de quatro triângulos azuis dispostos da esquerda para a direita. O primeiro triângulo é inteiro, o segundo está dividido em dois triângulos menores, o terceiro em quatro e o quarto em oito triângulos menores, formando uma progressão visual. A imagem representa uma sequência de divisão geométrica, utilizada para explorar padrões e regularidades na construção de figuras.

Os estudantes identificaram corretamente o crescimento do número de triângulos brancos e azuis, e também a redução do tamanho dos triângulos azuis. Eles também perceberam que a quantidade de triângulos azuis seguia uma potência de base 3 ($3^0 = 1$, $3^1 = 3$, $3^2 = 9$, $3^3 = 27$), o que os levou a reconhecer esse comportamento como um exemplo de função exponencial crescente. Paralelamente, a diminuição dos lados dos triângulos foi associada à função exponencial decrescente: $L\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$, $L\left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$, $L\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$, $L\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

Com o intuito de aprofundar a compreensão dos estudantes, foi proposta uma atividade na qual cada grupo deveria criar uma postagem simulada para redes sociais explicando a dinâmica da viralização de mensagens na internet. A proposta teve como objetivo explorar como esse fenômeno pode ser representado matematicamente por meio de uma função exponencial, promovendo conexões entre os conceitos trabalhados em aula e situações do cotidiano.

A definição dos papéis nos grupos considerou um critério aleatório, sendo escolhido como facilitador o estudante que acordou mais cedo. Essa estratégia buscou garantir uma distribuição mais equitativa das funções e evitar a repetição de papéis de liderança. Os monitores de recursos foram responsáveis por retirar os cartões de atividade, os recursos e os materiais necessários, assegurando a autonomia dos grupos.

Durante a realização da atividade, os estudantes demonstraram engajamento, interagindo ativamente, trocando ideias e validando conjuntamente suas hipóteses matemáticas. A construção coletiva das soluções favoreceu a aprendizagem colaborativa, conforme registrado na Figura 45.

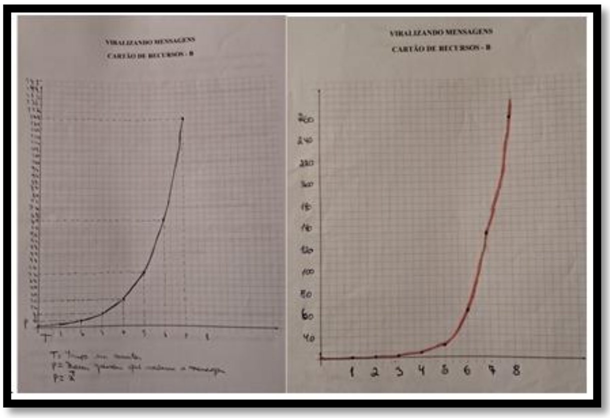
Figura 45 – Estudantes trabalhando em grupo elaborando o cartaz digital.

Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Imagem composta por duas fotografias. Na primeira, um grupo de estudantes está reunido em torno de uma mesa, discutindo e apontando para anotações. Na segunda, um dos estudantes, representando o grupo, utiliza um notebook para elaborar um cartaz digital. A atividade aborda a disseminação de notícias falsas e sua relação com a função exponencial, integrando matemática e questões sociais contemporâneas.

A proposta despertou o interesse dos estudantes, uma vez que se relacionava a um contexto próximo à sua realidade digital. A maioria dos grupos identificou rapidamente a função exponencial $f(x) = 2^x$, então os estudantes foram convidados a representar graficamente essas funções exponenciais e elaboraram gráficos no caderno para analisar seu comportamento, como mostra a figura 46.

Figura 46: Gráficos da Função Exponencial elaborados pelos estudantes.



Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Imagem composta por duas fotografias de gráficos elaborados manualmente pelos estudantes em papel quadriculado. Os gráficos representam funções exponenciais, com curvas ascendentes desenhadas em cores diferentes. Cada gráfico apresenta os eixos cartesianos identificados e os pontos marcados conforme os valores da função, demonstrando o entendimento dos alunos sobre o comportamento da função exponencial.

Durante a realização da atividade, observei que alguns grupos enfrentaram dificuldades na identificação da função matemática mais adequada para modelar a situação-problema proposta. Essa dificuldade ficou evidente na fala da estudante E20, que, demonstrando incerteza, perguntou:

> ***E20:*** *Professora, como eu vou saber qual conta usar?*
> *Diante da dúvida, aproximei-me do grupo para compreender melhor o ponto de confusão e estimulei o raciocínio dos estudantes:*
> **Professora:** *Pense na relação entre as variáveis do problema. O que vocês já conseguiram identificar a partir da tabela? Existe alguma regularidade nos dados?*
> *A partir dessa mediação, outro estudante do grupo, E15, contribuiu com uma hipótese:*
> ***E15:*** *Acho que os valores estão aumentando, mas não é sempre do mesmo jeito… talvez não seja uma função do 1º grau.*
> ***Professora:*** *Muito bem observado, E15. Se o crescimento não for constante, pode ser que vocês estejam lidando com uma função do 2º grau ou até exponencial. Tentem representar graficamente esses dados para visualizar melhor o comportamento da função.*

Esse momento evidenciou como o diálogo e a escuta ativa entre professora e estudantes, bem como entre os próprios colegas de grupo, foram fundamentais para promover avanços na construção do conhecimento matemático e no desenvolvimento da autonomia na resolução de problemas. Para auxiliá-los, foi necessário retomar a análise da figura composta por triângulos e sua relação com potências de base 3. Com o intuito de estimular a reflexão, solicitei que os estudantes analisassem a tabela da atividade e identificassem padrões matemáticos.

Ao examinar a tabela, a estudante E15 demonstrou avanço ao reconhecer um padrão, afirmando*: "Agora percebo que na tabela está a potência de 2".* Diante dessa observação, confirmei a resposta e direcionei o grupo a explorar a relação entre os dados e a função exponencial, a fim de modelar matematicamente a situação proposta. No entanto, a estudante E20, mantendo-se engajada no processo de aprendizagem, expressou uma nova dúvida: *"Agora eu entendi a função exponencial, mas ainda não vejo relação com as notícias".* Para esclarecer a questão, expliquei que, assim como no crescimento exponencial, a disseminação de notícias falsas ocorre de maneira acelerada, sendo esse o fenômeno que deveriam modelar matematicamente.

O envolvimento da estudante **E20** no diálogo e a formulação de questionamentos indicaram um avanço significativo em sua participação e confiança no processo de aprendizagem, evidenciando, assim, a equidade presente no contexto educacional. Além disso, destacou-se a relevância do acompanhamento pedagógico individualizado, especialmente em turmas numerosas, nas quais a percepção inicial de que todos compreenderam a proposta pode ser equivocada. Muitos estudantes ainda não possuem autonomia para desenvolver as atividades sem apoio, tornando essencial a escuta ativa e a identificação de suas dificuldades e necessidades. Nesse sentido, Van de Walle (2009, p. 87) enfatiza que:

> Independente da sala de aula é sempre importante escutar seus alunos. Tente descobrir como eles estão raciocinando, que ideias eles têm, como eles estão abordando os problemas que lhes causam dificuldade e, em geral, desenvolva uma hipótese sobre as ideias que eles têm sobre o tópico atual, o mais acuradamente possível. [...] Ela também é um modo efetivo de avaliar os alunos. Essa é uma ideia importante enquanto você se esforça para ajudar todas as crianças em sua sala de aula. Toda criança é capaz.

Dessa forma, a experiência reforça a importância da mediação pedagógica na construção do conhecimento matemático, especialmente na abordagem de conceitos abstratos, como a função exponencial. O estímulo ao pensamento crítico e à formulação de questionamentos pelos estudantes demonstra um avanço na aprendizagem e no desenvolvimento da autonomia, aspectos essenciais para a equidade no processo educacional.

Durante a socialização das produções, alguns grupos fizeram boas associações entre o crescimento exponencial e a disseminação de notícias falsas, modelando a função como F(t) = 2^t, relacionando o tempo (em minutos) com a quantidade de pessoas alcançadas. Nesse contexto, a estudante **E13** destacou a importância do não compartilhamento de notícias falsas afirmando: *"É muito importante agente não compartilhar notícias falsas, porque ao aplicar a função modelada, utilizando a base 2 e o expoente 8, podemos determinar que em apenas 8 minutos, 256 pessoas já receberam a mensagem".* Essa manifestação evidencia a compreensão da estudante em relação à proposta da atividade aos conceitos de função exponencial.

Nesta atividade, os estudantes utilizaram recursos tecnológicos para a elaboração de suas apresentações, o que contribuiu significativamente para o engajamento da turma. No entanto, observou-se que a participação na construção do material não foi equitativa, uma vez que alguns grupos apresentaram uma dependência excessiva dos integrantes com maior domínio das ferramentas tecnológicas. Esse cenário evidenciou um desafio na promoção da equidade em sala de aula, uma vez que a distribuição das responsabilidades nem sempre foi equilibrada. Além disso, a situação reforçou a necessidade de estratégias que minimizem a concentração do conhecimento em um único estudante, evitando a consolidação de um status de especialista dentro do grupo. A seguir, na figura 47 são apresentadas as postagens elaboradas pelos grupos:

Figura 47 – Cartazes digitais elaborados pelos estudantes

Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Quatro imagens de posts simulando publicações em redes sociais, elaborados pelos estudantes. Os posts trazem gráficos de função exponencial, frases de impacto e explicações matemáticas relacionando o crescimento acelerado do compartilhamento de notícias falsas nas redes sociais. As produções utilizam cores e elementos visuais típicos de ambientes digitais para tornar a mensagem mais atrativa e compreensível.

A atividade envolvendo a função exponencial demonstrou-se eficaz para engajar os estudantes e favorecer a compreensão conceitual, especialmente por estabelecer conexões com fenômenos do cotidiano, como a disseminação da COVID-19 e a viralização de mensagens nas redes sociais. A proposta de criar uma postagem para a internet despertou o interesse da turma, favorecendo aprendizagens significativas e contextualizadas. Ainda que alguns grupos tenham enfrentado dificuldades iniciais, o suporte pedagógico oferecido ao longo da aula contribuiu para avanços importantes na autonomia e na confiança dos estudantes. De acordo com Gonçalves e Menegais (2016), a Modelagem Matemática configura-se como uma estratégia eficiente no ensino de funções exponenciais, pois permite relacionar o conteúdo a situações reais e concretas, tornando o aprendizado mais significativo e contribuindo para o desenvolvimento do pensamento lógico. A experiência reforça o potencial das práticas colaborativas e equitativas na construção de uma aprendizagem mais efetiva.

A prática docente evidenciou o papel da contextualização e da interatividade como fatores fundamentais para o engajamento. Ao aplicar a função exponencial em situações reais, os estudantes perceberam a Matemática como uma ferramenta concreta para interpretar o mundo, fortalecendo o protagonismo estudantil. A organização dos grupos e a distribuição equitativa de papéis também contribuíram para promover a participação coletiva e o desenvolvimento de habilidades socioemocionais.

Entretanto, a atividade revelou desafios, como a desigualdade no domínio de recursos tecnológicos, o que impactou a distribuição de responsabilidades. Esse ponto destaca a necessidade de estratégias que promovam o compartilhamento de saberes tecnológicos dentro dos grupos e que fortaleçam a autonomia dos estudantes com menor familiaridade com essas ferramentas.

Por fim, o encontro reafirmou a importância da escuta atenta e da mediação docente para garantir a inclusão e a aprendizagem significativa de todos. A valorização das diferentes formas de participação, aliada a estratégias didáticas contextualizadas, demonstrou-se essencial para promover uma Matemática viva, acessível e alinhada à realidade dos estudantes.

4.1.8 Encontro N° 8 – Modelagem Matemática: Trigonometria e Acessibilidade.

Ao iniciar a aula, percebi os estudantes agitados e, após saudá-los, solicitei atenção para começarmos as atividades. Projetei os slides com o objetivo de otimizar o tempo, conforme destacam Weinstein e Novodvorsky (2015), ao afirmarem que a boa gestão do tempo maximiza as oportunidades de aprendizagem e reduz distrações. Após sorteio para formação dos grupos, apresentei os objetivos da aula, centrados na habilidade EM13MAT308, que trata da compreensão das razões trigonométricas no triângulo retângulo e sua aplicação em problemas contextualizados, conforme orientações do currículo do Ensino Médio que propõe a articulação entre conteúdos geométricos e situações práticas.

Para introduzir o tema, exibimos um vídeo sobre acessibilidade, seguido de uma roda de conversa guiada pela pergunta: “O que pode ser feito para melhorar a acessibilidade nos estabelecimentos de ensino?” Os estudantes sugeriram adaptações diversas, como rampas, banheiros acessíveis e carteiras adaptadas. Em seguida, foram convidados a observar a escola e identificar locais com necessidade de melhorias, com foco especial nas rampas de acesso. Essa proposta dialoga com a perspectiva de Neide (2018), que destaca a importância de incluir, no contexto escolar, temas sociais que extrapolam o conteúdo matemático, contribuindo para a formação de estudantes mais críticos, engajados e conscientes de sua realidade.

A discussão avançou com a pergunta provocadora: “Qual é a relação entre a construção de rampas e as razões trigonométricas?”, promovendo uma reflexão coletiva sobre a aplicação prática da Matemática em contextos de inclusão e cidadania.

> ***Professora:*** *Pessoal, vamos pensar juntos: por que vocês acham que a construção de uma rampa pode ter relação com a trigonometria?*
> ***E15:*** *Porque a rampa parece um triângulo, né? Então dá pra usar aqueles cálculos de triângulo.*
> ***Professora:*** *Isso mesmo, E15! E que tipo de triângulo vocês acham que representa melhor uma rampa?*
> ***E7:*** *Um triângulo retângulo, professora. A rampa é tipo a hipotenusa, e o chão seria a base.*
> ***Professora:*** *Excelente observação, E7! Se a rampa é a hipotenusa e o chão é a base, o que representaria a altura?*
> ***E10:*** *Seria a parte que sobe da base até o fim da rampa... tipo a altura do degrau.*
> ***Professora:*** *Muito bem, E10. E agora pensem: se a gente quiser saber o quanto a rampa é inclinada, qual razão trigonométrica podemos usar?*
> ***E10:*** *Seno... ou cosseno?*
> ***Professora:*** *Boa pergunta! Vamos lembrar: o seno é a razão entre o cateto oposto e a hipotenusa. O cosseno é entre o cateto adjacente e a hipotenusa. Se queremos saber a inclinação da rampa em relação ao chão, que lado é o cateto oposto?*
> ***E7:*** *Acho que é a altura, né?*
> ***Professora:*** *Isso! Então, se usarmos a altura e a hipotenusa, estamos falando de...?*
> ***E15:*** *Do seno! Então a inclinação da rampa tem a ver com o seno do ângulo.*
> ***Professora:*** *Exatamente! E isso é muito importante, por exemplo, para garantir que rampas de acessibilidade tenham a inclinação adequada. Por isso usamos a trigonometria para calcular a melhor medida.*
> ***E10:*** *Nossa, agora fez mais sentido! Eu achava que trigonometria era só pra decorar fórmula...*
> ***Professora:*** *Viu só? Quando a matemática se conecta com o mundo real, ela fica muito mais interessante, né?*

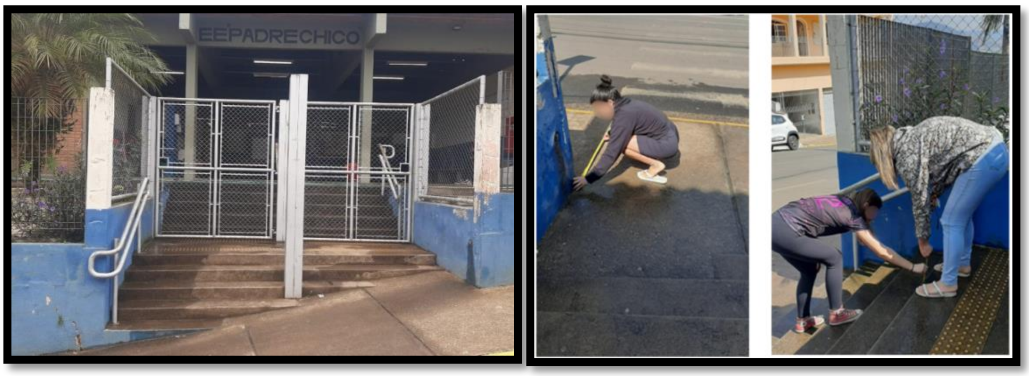
Durante a discussão sobre rampas e razões trigonométricas, as falas dos estudantes demonstraram o valor de partir de suas ideias para construir o conhecimento. Quando **E15** comparou a rampa a um triângulo e **E10** questionou se a inclinação estava relacionada ao seno ou ao cosseno, ficou evidente o vínculo entre conteúdos prévios e o novo tema. A participação de **E7**, ao reconhecer a rampa como um triângulo retângulo, reforçou o entendimento coletivo.

Essas interações mostraram que a aprendizagem se torna mais significativa quando há diálogo e contextualização. A fala de **E10** – “Agora fez mais sentido! Eu achava que trigonometria era só pra decorar fórmula”. – evidenciou a mudança na percepção dos alunos. Como professora, percebi o quanto é potente tornar a Matemática próxima da realidade.

Para consolidar os conceitos, foi feita uma revisão das razões trigonométricas e dos ângulos permitidos pelas normas de acessibilidade. Em seguida, os papéis nos grupos foram distribuídos com base na soma dos números do RA. A atividade foi dividida em três etapas: discussão teórica sobre relações trigonométricas e cálculos de inclinação (4% e 8%), identificação de um local adequado na escola e, por fim, elaboração de um protótipo do projeto com base nas medições realizadas.

Essa etapa prática fortaleceu o envolvimento e a corresponsabilidade dos estudantes no processo de modelagem, como destaca Bassanezi (2015, p. 17), ao afirmar que o engajamento aumenta quando os alunos participam das decisões, como a escolha do tema e do local de coleta de dados. A maioria dos grupos elegeu o portão central da escola como espaço ideal para a construção da rampa, conforme ilustrado na Figura 48.

Figura 48 – Estudantes realizando medições no portão principal da escola



Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Duas fotografias. À esquerda, o portão principal da escola com uma escada de alvenaria, composta por degraus largos, sinalizando o local onde poderá ser construída uma rampa de acesso. À direita, três estudantes, uma agachada e outra em pé, utilizam uma trena para medir a altura e a largura dos degraus da escada, como parte de uma atividade prática de aplicação de razões trigonométricas.

Na terceira etapa os estudantes compartilharam os resultados obtidos nas etapas anteriores e discutiram a possibilidade de construir uma rampa no portão central da escola. Para isso eles teriam que justificar a sua resposta modelando matematicamente a solução do problema. Identificando qual seria o comprimento dessa rampa, criar um cartaz com uma explicação visual criativa e com a justificativa do grupo sobre a construção da rampa.

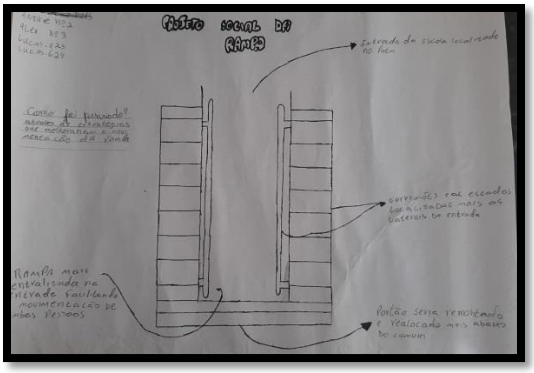
Em grupo, os estudantes selecionaram a melhor ideia e realizaram a modelação Matemática para realizar os cálculos necessários para determinar o comprimento da rampa.

Além disso, identificaram o ângulo de inclinação mais adequado para atingir o objetivo proposto.

Ao final da atividade foi solicitado que cada grupo apresentasse suas conclusões a cerca da viabilidade ou não da construção da rampa. Cada grupo apresentou o desenho de seu protótipo, explicou como realizou as medições, qual foi a equação matemática modelada e os cálculos necessários, e expuseram as conclusões dos membros do grupo. Na sequência segue a descrição das apresentações de cada grupo:

Grupo 1 – Os estudantes desse grupo demonstraram criatividade ao elaborar o projeto, incluindo a proposta de um corrimão para atender alunos com dificuldades de locomoção. O representante do grupo explicou que a ideia principal era construir uma rampa centralizada no portão principal da escola. Embora tenham desenvolvido um projeto bem estruturado, os estudantes não conseguiram expressar claramente os conceitos da Modelagem Matemática nem apresentar os cálculos necessários para avaliar a viabilidade da construção. Essa dificuldade indica que não compreenderam completamente a proposta da atividade. Como mostra a figura 51:

Figura 49 – Cartaz do grupo 1- Protótipo da rampa.



Fonte: Elaboração própria 2025.

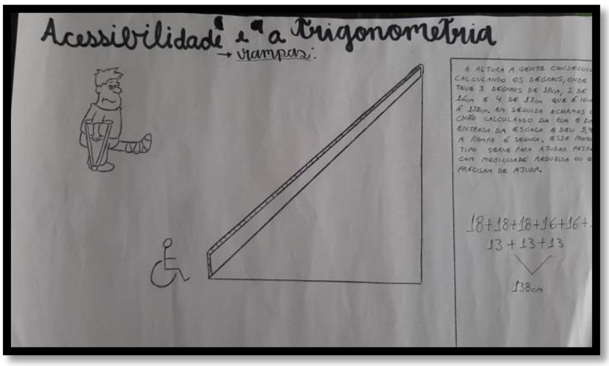
#ParaTodosVerem: Imagem de um cartaz elaborado por estudantes com um desenho feito à mão representando o protótipo de uma rampa de acessibilidade. A rampa é retratada com projeção de corrimão e medidas indicadas em anotações ao redor do desenho. O cartaz também apresenta cálculos e explicações sobre a inclinação e as proporções utilizadas na construção da proposta.

A análise da prática docente evidenciou a necessidade de um acompanhamento mais individualizado para os estudantes com maiores dificuldades, especialmente em atividades que exigem a aplicação de conhecimentos matemáticos em contextos reais. Como a formação dos grupos foi realizada por sorteio, alguns estudantes com baixo desempenho em Matemática ficaram reunidos, o que pode ter influenciado os desafios enfrentados.

Essa experiência reforça a importância do planejamento cuidadoso, da escuta sensível e da flexibilidade metodológica para garantir a participação equitativa dos alunos. Como aponta Tardif (2002), é na prática cotidiana que os professores desenvolvem saberes da experiência e avaliam o impacto dos diferentes tipos de conhecimento, adaptando-os às exigências concretas do cotidiano escolar.

Grupo 2 – Durante a apresentação, os estudantes desse grupo relataram a experiência de realizar as medições da escada do portão da escola. Eles explicaram que mediram degrau por degrau, determinando a altura total (cateto oposto) e o comprimento horizontal (cateto adjacente). Ao analisarem a forma geométrica da rampa, estabeleceram uma relação com a trigonometria, modelando matematicamente o problema por meio da tangente. Utilizando os valores obtidos, calcularam o comprimento necessário da rampa e concluíram que sua construção seria viável. Como mostra a figura 50:

Figura 50 – Cartaz do grupo 2: construção de uma rampa.



Fonte: Elaboração própria 2025.

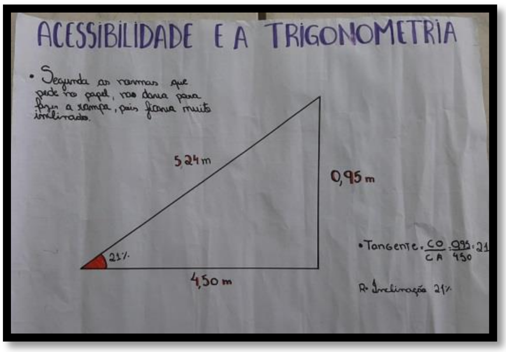
#ParaTodosVerem: Imagem de um cartaz elaborado por estudantes com um desenho feito à mão de uma rampa acessível, relacionando com um triângulo retângulo. Ao centro, há o protótipo da rampa com indicações de medidas. À direita, um desenho de uma criança com mobilidade reduzida e o símbolo de uma pessoa em cadeira de rodas. À esquerda, estão registrados os cálculos utilizados na modelagem matemática do problema, com explicações sobre a inclinação da rampa e fórmulas aplicadas.

Durante a apresentação, o estudante **E5** destacou a importância da rampa para a acessibilidade de alunos com mobilidade reduzida, demonstrando sensibilidade social além do domínio técnico. Contudo, o grupo não calculou o ângulo de inclinação, etapa essencial para verificar a conformidade com as normas.

Ao refletir sobre minha prática, reconheço que uma mediação mais ativa poderia ter orientado o grupo nesse aprofundamento. Embora tenham compreendido a modelagem e aplicado a trigonometria corretamente para obter o comprimento, faltou condução para que percebessem a relevância do cálculo do ângulo. Esse episódio reforça a importância de um acompanhamento docente mais atento e responsivo, capaz de estimular análises mais completas e integradas.

Grupo 3 – Durante a apresentação, os estudantes desse grupo demonstraram um domínio adequado da Modelagem Matemática, embora o cartaz elaborado não tenha sido visualmente criativo. A estudante **E7**, responsável pela explicação, descreveu com clareza o processo de medição da escada e a aplicação do cálculo da tangente para determinar o ângulo de inclinação da rampa. Ao analisarem os dados disponibilizados no cartão de recursos, concluíram que a construção da rampa não seria viável, pois a inclinação resultante ficaria acima do recomendado, dificultando a locomoção de cadeirantes e pessoas com mobilidade reduzida. O cartaz do grupo se encontra na figura 53:

Figura 51 – Cartaz do grupo 3: construção de uma rampa.



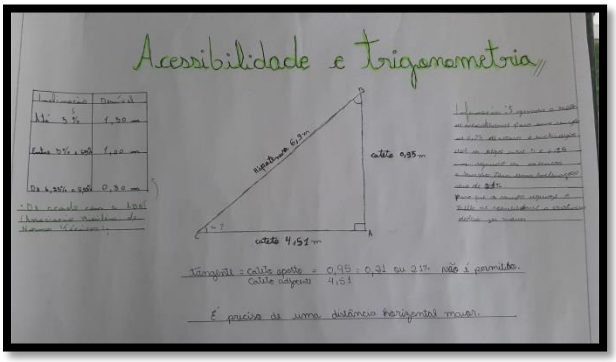
Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Imagem de um cartaz elaborado por estudantes com um desenho feito à mão de um triângulo retângulo relacionando com uma rampa e estão registrados os cálculos utilizados na modelagem matemática do problema, com explicações sobre a inclinação da rampa e fórmulas aplicadas.

Embora o grupo tenha realizado uma análise Matemática precisa, limitou-se à constatação da inviabilidade da construção da rampa, sem propor alternativas. Esse aspecto evidencia a importância de incentivar os estudantes a irem além dos cálculos, estimulando a busca por soluções viáveis e socialmente responsáveis. Como destaca Silva (2016), a Modelagem Matemática pode conectar realidade e conhecimento, promovendo o pensamento crítico e a atuação cidadã. Uma intervenção pedagógica, nesse caso, poderia ter orientado o grupo a ajustar o projeto ou refletir sobre outras possibilidades de garantir acessibilidade no ambiente escolar.

Grupo 4 – Os estudantes desse grupo seguiram todas as etapas da atividade de forma estruturada, demonstrando um entendimento completo da proposta. Durante a apresentação, explicaram detalhadamente o processo de medição da escada e a aplicação da Modelagem Matemática para analisar a viabilidade da construção da rampa. Utilizaram corretamente o cálculo da tangente para determinar o ângulo de inclinação, comparando os resultados obtidos com os parâmetros estabelecidos para acessibilidade. Como mostra o cartaz do grupo na figura 52.

Figura 52 – Cartaz do grupo 4.



Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Imagem de um cartaz elaborado por estudantes com um desenho central de um triângulo retângulo, representando uma rampa cuja hipotenusa simboliza o plano inclinado. Ao centro, o protótipo da rampa está detalhado com indicações de medidas. À esquerda, há uma tabela com os coeficientes de inclinação permitidos segundo normas técnicas para a construção de rampas. À direita, encontram-se os cálculos matemáticos realizados pelos estudantes, com explicações sobre a inclinação da rampa e as fórmulas utilizadas na modelagem do problema.

Além de cumprir os requisitos matemáticos, o grupo se destacou ao propor soluções concretas para tornar a rampa acessível, como sugerir uma construção em duas etapas ou utilizar um espaço maior. Essa iniciativa evidencia um olhar crítico e social, demonstrando que compreenderam o problema para além dos cálculos. A proposta reforça a importância de promover entre os estudantes não só a resolução do problema, mas também o desenvolvimento de uma postura reflexiva diante dos desafios cotidianos. Ao final das apresentações, a aula foi encerrada com um momento de reflexão coletiva. Agradeci o empenho da turma e estimulei que compartilhassem suas percepções sobre a atividade. As falas registradas demonstram o envolvimento dos alunos e os aprendizados construídos ao longo da aula.

> ***E5:*** *Agora entendi melhor como a tangente funciona na prática. Antes, eu só via isso nos exercícios do livro, mas calcular o ângulo de inclinação da rampa fez mais sentido para mim.*
> ***E12:*** *Nunca tinha parado para pensar que a matemática está presente até na construção de uma simples rampa. Isso me fez perceber como é importante saber calcular essas coisas corretamente.*
> ***E14:*** *A parte mais difícil foi fazer as medições certinhas e entender como usar os valores na fórmula. Mas depois que a gente discutiu no grupo, conseguimos resolver.*
> ***E16:*** *Gostei de trabalhar em equipe porque cada um ajudou de um jeito. Teve gente que fez a medição, outros calcularam e no final conseguimos chegar a uma conclusão juntos.*
> ***E20:*** *Depois dessa atividade, percebi que muitas escolas não têm acessibilidade adequada. Isso me fez pensar que pequenas mudanças podem fazer muita diferença para quem precisa.*

Essas contribuições dos estudantes ao final da aula foram essenciais para avaliar o envolvimento e os avanços alcançados, especialmente entre aqueles que inicialmente demonstravam insegurança, mas passaram a participar ativamente nas interações em grupo.

Esse aspecto reforça o potencial do trabalho colaborativo estruturado como estratégia de equidade no ensino, como destacam Cohen e Lotan (2017), ao afirmarem que o trabalho em grupo planejado intencionalmente oferece oportunidades simultâneas a todos.

A produção dos cartazes com os protótipos e modelos matemáticos evidenciou que os objetivos da aula foram atingidos. Contudo, percebeu-se que a argumentação dos grupos ainda se apresentou superficial, indicando a necessidade de incluir, em futuros planejamentos, estratégias que estimulem reflexões mais críticas e fundamentadas. Questionamentos orientadores e introduções mais detalhadas podem contribuir para esse aprimoramento.

Apesar de limitações, como o tempo reduzido e os diferentes níveis de compreensão conceitual entre os estudantes, a proposta mostrou-se eficaz. A atividade possibilitou a investigação do espaço escolar, a aplicação da trigonometria em um contexto real e o desenvolvimento de protótipos, promovendo a integração entre teoria e prática. O forte engajamento e os aprendizados construídos demonstram o valor da Modelagem Matemática como ferramenta para aproximar a Matemática da realidade e formar estudantes mais críticos, criativos e engajados. De acordo com Silva, Madruga e Silva (2019), ao vivenciarem situações significativas por meio da Modelagem, os estudantes tendem a assumir uma postura mais ativa diante do conhecimento, deixando de ser apenas receptores e passando a atuar como construtores de seus próprios saberes matemáticos.

4.1.9 Encontro nº 9 – Modelagem Matemática de Fenômenos Periódicos e Funções Trigonométricas

A aula teve como foco a modelagem de fenômenos periódicos utilizando funções trigonométricas, promovendo a compreensão dos conceitos de seno e cosseno na representação de eventos que se repetem ao longo do tempo. Para isso, os estudantes foram organizados em grupos colaborativos por sorteio, garantindo maior diversificação e equidade na distribuição dos papéis e responsabilidades dentro das equipes. A proposta buscou articular e os conhecimentos matemáticos com situações do cotidiano, incentivando a investigação, o raciocínio lógico e a expressão de ideias por meio de diferentes formas de representação. Como mostra a Figura 54, os alunos se engajaram na construção coletiva do conhecimento.

Figura 53 – Estudantes trabalhando em grupo para Modelagem Matemática de fenômenos periódicos.

Fonte: Elaboração própria 2025

#ParaTodosVerem: a imagem apresenta quatro fotografias de estudantes reunidos em grupos, sentados ao redor de mesas, concentrados na elaboração de cartazes sobre fenômenos periódicos. Em cada imagem, os alunos aparecem discutindo, anotando em folhas e utilizando régua e calculadora para modelar matematicamente os fenômenos. O ambiente transmite colaboração e envolvimento na construção do conhecimento.

A aula teve início com uma roda de conversa em que os alunos compartilharam os fenômenos periódicos pesquisados previamente. Seguindo a perspectiva de Biembengut e Hein (2023), que destacam o papel da Modelagem Matemática no desenvolvimento dos conteúdos a partir dos interesses dos estudantes, essa etapa inicial foi essencial para valorizar suas investigações. Em seguida, foi feita uma revisão das funções trigonométricas, com foco nos parâmetros e gráficos, preparando os grupos para a atividade principal.

A proposta consistia em escolher um fenômeno periódico, elaborar uma situação-problema contextualizada, modelar matematicamente com função trigonométrica, construir uma tabela de valores e seu gráfico, finalizando com a sistematização em um cartaz criativo.

Durante o desenvolvimento, surgiram dúvidas relacionadas à adequação do fenômeno à modelagem trigonométrica, à escolha entre seno e cosseno, e à multiplicidade de representações possíveis. Também houve questionamentos sobre a necessidade de dados reais e como estruturá-los em um problema matemático. Expliquei que o uso de dados reais é ideal, mas, em sua ausência, estimativas fundamentadas são válidas, desde que bem justificadas.

Essas interações demonstraram diferentes níveis de compreensão entre os alunos e reforçaram a importância de orientar tanto os aspectos conceituais quanto metodológicos da modelagem de fenômenos periódicos. O estudante **E3** perguntou:

> ***E3:*** *Esse fenômeno que escolhemos, realmente pode ser modelado por uma função trigonométrica?*
> Respondo dizendo que:
> ***Professora:*** *Para saber se um fenômeno pode ser modelado por uma função trigonométrica, precisamos verificar se ele apresenta um comportamento cíclico ou periódico. Se houver padrões que se repetem em intervalos regulares, como ondas*

ou oscilações, uma função trigonométrica pode ser uma boa escolha. Caso contrário, pode ser necessário outro tipo de função para representar o fenômeno.
A estudante E7 também resolve participar e faz a seguinte pergunta:
***E7:** Como transformar a descrição do fenômeno em um problema matemático? Respondo da seguinte maneira:*
***Professora:** Para transformar um fenômeno em um problema matemático, primeiro precisamos identificar as variáveis envolvidas e entender como elas se relacionam. Depois, analisamos o comportamento do fenômeno para escolher um modelo matemático adequado, como uma função linear, exponencial ou trigonométrica. A partir disso, podemos escrever uma equação que descreve essa relação e testar se ela faz sentido com os dados disponíveis.*

Durante a modelagem dos fenômenos periódicos, os estudantes demonstraram dificuldades na definição dos parâmetros da função trigonométrica, como amplitude, frequência e deslocamento vertical. As dúvidas giraram em torno do significado de cada elemento no contexto real, dos impactos desses parâmetros no gráfico e da forma de representá-los corretamente na equação. Para apoiar a compreensão, foi retomado que a amplitude representa a intensidade da oscilação, a frequência determina quantas oscilações ocorrem em um intervalo e o deslocamento vertical indica se a função oscila em torno de um valor médio diferente de zero. A relação entre período e frequência também foi revisada por meio da fórmula $T = 2\pi/B$.

Durante a construção dos gráficos e tabelas, surgiram questões sobre a escolha de intervalos, pontos essenciais e clareza na representação visual. Ao organizarem os cartazes, os grupos buscaram formas eficientes de comunicar seus resultados, refletindo sobre a inclusão de imagens reais e estratégias de explicação da equação.

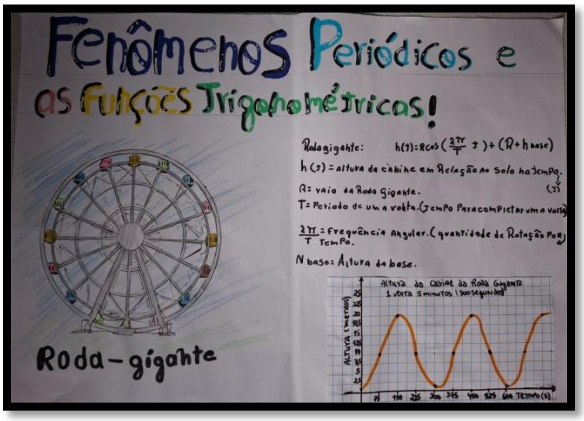
As apresentações revelaram o esforço dos grupos em relacionar conceitos matemáticos com fenômenos do cotidiano, utilizando funções seno e cosseno para construir modelos representativos. A atividade incentivou o trabalho colaborativo, a pesquisa aplicada e a argumentação matemática, promovendo uma aprendizagem contextualizada e significativa. A seguir, será apresentada a síntese das produções dos grupos, com foco nas estratégias adotadas e nos aprendizados alcançados.

Grupo 1 – Roda-Gigante: O grupo iniciou sua apresentação explorando a periodicidade do movimento de uma roda-gigante, destacando como a altura de um passageiro varia ao longo do tempo. A partir dessa observação, elaboraram uma situação-problema relacionando o tempo decorrido com a altura do passageiro em função do movimento circular.

Utilizaram uma equação do tipo $h(t) = A\cos\left(\frac{2\pi}{t}T\right) + C$, justificando os valores atribuídos aos parâmetros com base no raio da roda-gigante e na altura mínima da estrutura em relação ao solo. O grupo também construiu um gráfico representando esse fenômeno, com o objetivo de ilustrar a variação periódica da altura ao longo do tempo.

Apesar de alguns equívocos conceituais na escolha dos coeficientes e na aplicação da função cosseno como modelo matemático, os alunos demonstraram uma compreensão relevante sobre a relação entre o movimento periódico da roda-gigante e as funções trigonométricas. A apresentação foi complementada por um cartaz criativo e bem organizado, conforme ilustrado na Figura 54.

Figura 54: Cartaz do grupo 1- Fenômeno periódico roda gigante.



Fonte: Elaboração própria 2025.

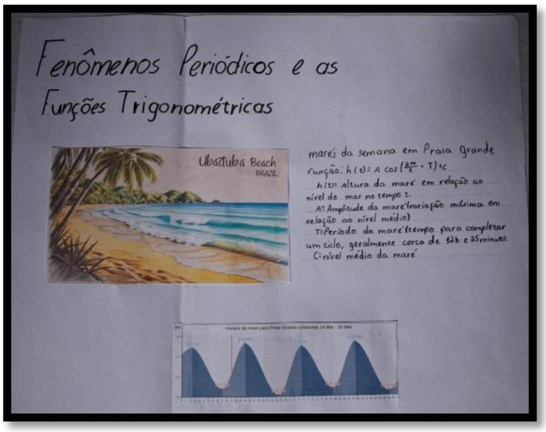
#ParaTodosVerem: Cartaz elaborado por estudantes para representar a modelagem matemática de fenômenos periódicos. À direita, há um desenho colorido de uma roda gigante. À esquerda, um gráfico desenhado em papel quadriculado representando a função seno. Ao centro do cartaz, estão descritas as explicações sobre como os estudantes modelaram matematicamente o movimento da roda gigante, incluindo fórmulas e cálculos utilizados na atividade.

Grupo 2 – Marés: Este grupo apresentou uma abordagem bem estruturada ao investigar a relação entre a altura das marés e a influência gravitacional da Lua. Um aspecto interessante do trabalho foi a escolha de dados reais referentes às marés observadas em uma praia de Ubatuba, município litorâneo próximo à nossa região, o que conferiu maior contextualização e relevância à proposta.

Os estudantes construíram um gráfico destacando os horários correspondentes à maré alta e à maré baixa, e associaram esse comportamento periódico a uma função trigonométrica. A partir dos dados coletados, discutiram a periodicidade das marés e modelaram a função considerando os seguintes parâmetros: A, representando a amplitude da maré em relação ao nível médio do mar no instante t; T, o período da maré, definido como o tempo necessário para completar um ciclo (apresentado como 12 horas); e C, correspondente ao nível médio da maré.

A função construída permitiu representar com precisão a oscilação das marés ao longo do tempo, evidenciando a compreensão dos conceitos de amplitude, frequência e valor médio no contexto de funções trigonométricas. A qualidade da modelagem apresentada, aliada à clareza na exposição, demonstrou um nível avançado de entendimento por parte do grupo. O trabalho foi complementado por um cartaz ilustrativo, conforme mostra a Figura 55.

Figura 55: Cartaz do grupo 2: Fenômeno Periódico Movimento das marés.



Fonte: Elaboração própria 2025

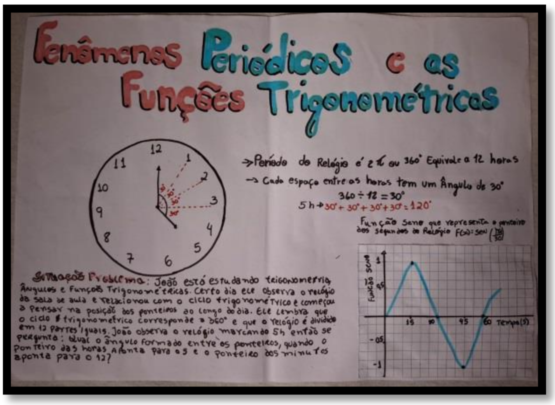
#ParaTodosVerem: Cartaz elaborado por estudantes para representar a modelagem matemática de fenômenos periódicos. À direita, há um desenho da Praia Grande, em Ubatuba, com elementos do mar e do céu. À esquerda, encontra-se uma explicação sobre como o grupo utilizou funções trigonométricas para modelar o movimento das marés. Na parte inferior, há um gráfico representando a função seno, e ao centro, estão organizadas as fórmulas, cálculos e justificativas utilizadas pelos estudantes durante a modelagem matemática do fenômeno natural.

Grupo 3 – Relógio: O grupo apresentou uma situação-problema envolvendo o movimento dos ponteiros do relógio, relacionando o ângulo percorrido pelo ponteiro dos minutos ao tempo decorrido. A proposta explorou a correspondência entre os ângulos formados pelos ponteiros e o ciclo trigonométrico, demonstrando compreensão da equivalência entre os 360° do ciclo completo e as 12 divisões do mostrador do relógio, o que levou à conclusão de que cada divisão corresponde a um ângulo de 30°.

Apesar de algumas dificuldades iniciais na definição da função matemática, os alunos conseguiram estabelecer uma relação trigonométrica básica para representar o movimento do ponteiro dos minutos, utilizando a equação F(t)= r· sen$\left(\frac{\pi . t}{60}\right)$. A partir dessa modelagem, construíram um gráfico da função seno para representar a periodicidade do movimento circular do ponteiro ao longo do tempo.

Embora não tenham aprofundado a discussão sobre todos os parâmetros da função trigonométrica, o grupo demonstrou uma boa compreensão da natureza periódica do fenômeno e foi capaz de relacionar adequadamente o comportamento cíclico do relógio às propriedades das funções trigonométricas. A apresentação foi acompanhada de um cartaz ilustrativo, conforme evidenciado na Figura 56.

Figura 56: Cartaz do grupo 2 - Fenômeno Periódico dos ponteiros do relógio.



Fonte: Elaboração própria 2025.

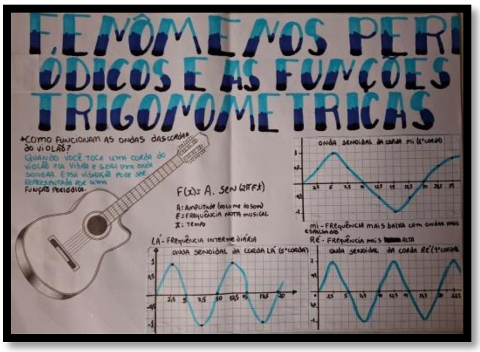
#ParaTodosVerem: Cartaz elaborado por estudantes para representar a modelagem matemática de fenômenos periódicos. À direita, há um desenho colorido de um relógio analógico com ponteiros marcando as horas. Na parte inferior do cartaz, os estudantes apresentam uma explicação sobre como utilizaram funções trigonométricas para modelar o movimento periódico dos ponteiros. À esquerda, há um gráfico construído em papel quadriculado que representa a função seno. Ao centro do cartaz, encontram-se anotações com fórmulas matemáticas, cálculos e justificativas utilizadas pelos estudantes na modelagem do fenômeno.

Grupo 4 – Cordas do Violão: Este grupo investigou o comportamento vibracional de uma corda de violão ao ser tocada, analisando a influência de alguns fatores como o comprimento da corda, a tensão aplicada e a frequência na forma da onda gerada. Explicaram como esses parâmetros afetam a propagação das ondas sonoras e associaram essas variações à produção das notas musicais.

Foi destacada a relação entre a frequência e o comprimento das ondas: quanto maior a frequência, menor o comprimento de onda, e vice-versa. Para ilustrar esse conceito, os alunos compararam as notas musicais Mi, Lá e Ré. A nota Mi, por possuir uma frequência mais baixa, apresentou ondas mais espaçadas; a nota Ré, com frequência mais alta, exibiu ondas mais próximas entre si; e a nota Lá foi representada com características intermediárias.

Utilizaram a equação da onda harmônica y(t)=A· sem (2πft) para representar matematicamente o fenômeno, demonstrando compreensão dos conceitos relacionados à propagação de ondas e à interpretação dos parâmetros da função trigonométrica. Além disso, produziram um cartaz visualmente criativo para complementar a apresentação, conforme ilustrado na Figura 57.

Figura 57: Cartaz do grupo 4 – Fenômenos periódicos e as cordas do violão.



Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Cartaz elaborado por estudantes para representar a modelagem matemática de fenômenos periódicos. À direita, há um desenho de um violão, simbolizando a relação entre música e matemática. Na parte central do cartaz, os estudantes explicam como modelaram as notas musicais utilizando funções trigonométricas. À esquerda, estão dispostos três gráficos construídos em papel quadriculado, representando as ondas senoidais das notas musicais Mi, Ré e Lá, com diferentes amplitudes. Ao centro, há registros com fórmulas, cálculos e justificativas utilizados pelos estudantes durante o processo de modelagem matemática do fenômeno sonoro.

A diversidade dos temas escolhidos pelos grupos favoreceu conexões significativas entre a trigonometria e situações reais. A distribuição aleatória de papéis garantiu maior equidade na participação e permitiu que diferentes alunos assumissem funções de liderança e colaboração. A mediação docente foi fundamental para sanar dúvidas conceituais e orientar a escolha adequada entre seno e cosseno, fortalecendo o pensamento matemático e argumentativo dos estudantes.

As apresentações evidenciaram o potencial da Modelagem Matemática como estratégia para a compreensão das funções trigonométricas. Mesmo com dificuldades pontuais, os grupos demonstraram avanços importantes na construção dos conceitos de periodicidade, amplitude, frequência e deslocamento, articulando teoria e prática. A utilização de dados reais e a construção de gráficos contribuíram para uma aprendizagem mais concreta e contextualizada.

Ainda que desafios como a resistência a metodologias inovadoras e a pressão por cumprimento de currículo estejam presentes, como aponta Borges (2020), a aula mostrou-se uma experiência significativa. A proposta colaborativa incentivou a autonomia dos estudantes e promoveu trocas produtivas entre os pares. Para futuras práticas, recomenda-se ampliar atividades experimentais que reforcem a visualização dos fenômenos e aprofundem a Modelagem Matemática de maneira prática e envolvente.

Após as apresentações, os estudantes fizeram alguns comentários, refletindo sobre o aprendizado, as dificuldades enfrentadas e a aplicação dos conceitos:

> ***E12:*** *Eu nunca tinha pensado que funções trigonométricas podiam representar fenômenos do dia a dia. Agora faz mais sentido!*
> ***E 14:*** *No começo, achei difícil escolher entre seno e cosseno, mas depois de montar o gráfico, ficou mais claro.*
> ***E 20:*** *Achei legal ver como a matemática está presente em coisas que a gente nem percebe, como as marés e os batimentos cardíacos.*
> ***E 6:*** *Nós percebemos que erramos no gráfico, mas corrigimos depois de comparar com outros grupos.*
> ***E 7:*** *Gostei de trabalhar em grupo porque cada um contribuiu com uma parte e ajudou a entender melhor.*
> ***E 23:*** *Achei interessante que os papéis foram sorteados, porque assim todo mundo teve que participar de um jeito diferente.*
> ***E 15:*** *O desafio de transformar a pesquisa em um problema matemático fez a gente pensar bastante.*
> ***E 9:*** *Agora eu consigo entender melhor como os engenheiros e cientistas usam essas funções para prever fenômenos.*
> ***E26:*** *Podíamos tentar representar os gráficos digitalmente para ver melhor as variações.*
> ***E15:*** *Gostei da atividade porque foi prática e ajudou a visualizar o conteúdo de um jeito diferente.*

As contribuições dos estudantes evidenciaram que a abordagem da temática dos fenômenos periódicos e das funções trigonométricas, por meio da Modelagem Matemática, constituiu uma experiência pedagógica significativa. A aplicação prática dos conceitos teóricos favoreceu a compreensão dos conteúdos, ao mesmo tempo em que a organização colaborativa das atividades promoveu a troca de saberes entre os alunos, estimulando a autonomia, o protagonismo e uma postura mais ativa e reflexiva diante da aprendizagem.

Os questionamentos apresentados pelos discentes indicaram a existência de diferentes níveis de compreensão sobre o tema, o que possibilitou a realização de intervenções pedagógicas mais precisas, voltadas ao aprofundamento da relação entre as funções trigonométricas e os fenômenos periódicos. A diversidade de temas investigados também contribuiu para ampliar a percepção dos estudantes acerca da aplicabilidade da Matemática em distintos contextos do conhecimento.

Nesse processo, a participação ativa dos alunos, mediada pela atuação do professor, foi determinante para a consolidação dos conceitos trabalhados. Essa mediação favoreceu a sistematização das modelagens realizadas e o aprimoramento das análises desenvolvidas pelos grupos. As reflexões finais demonstraram um crescente interesse dos alunos pela Trigonometria, associado à percepção de sua relevância em situações concretas, contrariando a ideia de que se trata de um conteúdo abstrato e sem significado, conforme apontado por Borges (2020).

Para o aprimoramento de futuras práticas pedagógicas, recomenda-se a incorporação de recursos digitais na elaboração de gráficos e simulações, bem como a ampliação de atividades experimentais que fortaleçam a articulação entre teoria e prática. Tais estratégias podem tornar o processo de aprendizagem ainda mais dinâmico e significativo, contribuindo para superar a rejeição comumente observada em relação à Trigonometria.

4.1.10 Avaliação das Atividades Colaborativas e Conhecimentos sobre Funções

Parte I – Relação com a Matemática e o Trabalho em Grupo

As respostas dos alunos indicam que as atividades realizadas em grupos colaborativos favoreceram a aprendizagem Matemática. Muitos destacaram que o trabalho em grupo permite a troca de ideias e diferentes abordagens para resolver problemas. Alunos com maior facilidade na disciplina puderam auxiliar aqueles com dificuldades, promovendo um ambiente de apoio e aprendizado conjunto. Além disso, foi mencionado que esse tipo de dinâmica ajudou a desenvolver habilidades socioemocionais, como empatia e respeito pelos colegas.

As atividades que utilizaram Modelagem Matemática e abordaram temas do cotidiano também foram bem recebidas. Os alunos destacaram que essas atividades tornaram a aprendizagem mais significativa e aplicável, facilitando a compreensão dos conceitos matemáticos.

Quanto ao impacto das atividades em grupo sobre o interesse pela disciplina, as respostas foram variadas. Alguns alunos relataram que passaram a se envolver mais e sentiram maior motivação para aprender. No entanto, houve também relatos de desafios na formação dos grupos, o que pode ter impactado a experiência de alguns participantes.

Os alunos citaram diversos benefícios do trabalho em grupo, incluindo:

- Maior compreensão do conteúdo ao compartilhar conhecimentos;
- Ajuda mútua entre os participantes;
- Desenvolvimento de habilidades sociais e de trabalho em equipe;
- Maior engajamento nas aulas;
- Troca de diferentes formas de pensar e resolver problemas.

Os desafios mais mencionados foram:

- Dificuldade em entrar em acordo sobre respostas;
- Diferença de ritmo entre os integrantes do grupo;
- Falta de comunicação eficaz entre os membros;
- Grupos formados aleatoriamente que, em alguns casos, não tiveram boa dinâmica;
- Problemas de concentração durante as atividades.

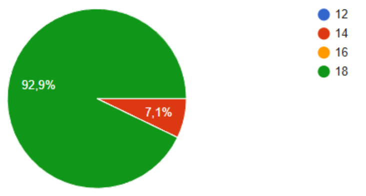
Os aspectos mais satisfatórios incluíram:

- Diversidade de ideias e soluções para os problemas;
- Colaboração e apoio entre os colegas;
- Percepção do aprendizado coletivo e compartilhado.

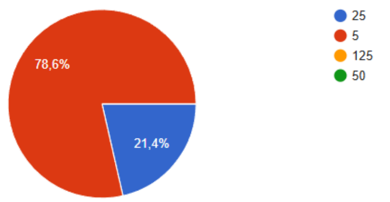
Parte II – Conhecimentos sobre Funções

Os alunos foram desafiados a resolver questões relacionadas às funções do 1º grau, 2º grau, exponencial e trigonométrica. As respostas fornecidas demonstram que muitos compreenderam os conceitos necessários para resolver as questões, embora alguns possam ter encontrado dificuldades específicas.

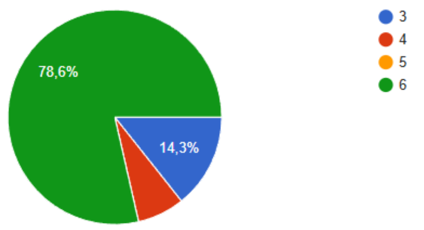
- **Função do 1º grau:** Determinação da quantidade de chutes a gol de um time a partir de uma equação. Nessa questão 92,9 % dos estudantes responderam corretamente.



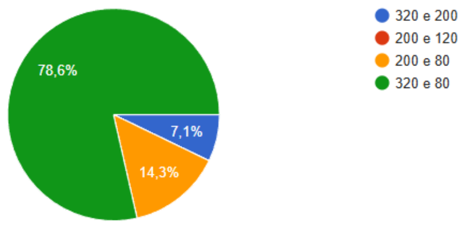
- **Função do 2º grau:** Cálculo do tempo para uma bola atingir o solo. Nessa questão 78,6 % dos estudantes responderam corretamente.



- **Função exponencial:** Determinação do tempo necessário para uma árvore atingir certa altura. Nessa questão 78,6 % dos estudantes responderam corretamente.



- **Função trigonométrica:** Análise do custo unitário de um produto ao longo do tempo. Nessa questão 78,6 % dos estudantes responderam corretamente.



A avaliação realizada indica que as atividades colaborativas desempenharam um papel relevante no processo de aprendizagem matemática, promovendo maior engajamento e favorecendo a troca de conhecimentos entre os estudantes. Embora tenham sido identificados alguns desafios, como dificuldades de concentração e de comunicação dentro dos grupos, à dinâmica de trabalho em equipe proporcionou uma experiência de aprendizagem significativa para a maioria dos alunos.

No que refere - se aos conteúdos matemáticos, os resultados revelam que muitos estudantes foram capazes de aplicar os conceitos discutidos em sala na resolução das propostas apresentadas. Ainda que haja pontos a serem aprimorados em atividades futuras, os avanços observados indicam o potencial pedagógico da abordagem adotada.

Nesse sentido, a integração entre Modelagem Matemática e trabalho em grupo mostrou-se uma estratégia valiosa, tanto para a consolidação dos conteúdos quanto para o desenvolvimento de habilidades socioemocionais e de cooperação. Como destacam Ferreira e Araújo (2020), a construção de um ambiente de aprendizagem investigativo, pautado na problematização e na interação entre os estudantes e professores, favorece o engajamento, potencializa a mobilização de conhecimentos prévios e amplia a compreensão dos conceitos matemáticos.

4.2 Análise de Dados

A presente análise aplica a metodologia de Bardin (1977) para organizar e interpretar os dados coletados em diários reflexivos, com foco na integração do trabalho em grupo e da Modelagem Matemática nas atividades de ensino médio. Importante ressaltar que esta análise está entrelaçada com o objetivo geral deste trabalho que é apresentar estratégias para potencializar a compreensão dos estudantes, desenvolver suas habilidades de resolução de problemas e pensamento crítico, promovendo equidade e inclusão nas aulas de Matemática. Para isso, propõe-se a integração da Modelagem Matemática e do trabalho em grupo no

Ensino Médio, visando à aprendizagem de funções. Essa abordagem busca contextualizar os conteúdos matemáticos por meio da modelagem e fomentar a colaboração, a troca de ideias e a construção coletiva do conhecimento por meio do trabalho em grupo.

Da mesma forma, a análise se apoia no problema de pesquisa: Como a Modelagem Matemática de funções, no ensino médio, utilizando o trabalho em grupo, pode ser adaptada para tornar as aulas de Matemática mais acessíveis e envolventes para alunos com diferentes níveis de habilidade e experiência em Matemática?

A análise dos dados coletados neste estudo foi conduzida com base nas três etapas propostas por Bardin (1977), as quais estruturam o processo de análise de conteúdo de forma sistemática e rigorosa.

Pré - Análise: Essa primeira etapa consiste na organização dos dados, incluindo a leitura flutuante e a sistematização inicial do material. Nessa fase, foram estabelecidos os objetivos da análise e definidos os critérios de codificação, categorias preliminares e unidades de registro, buscando direcionar o foco do trabalho analítico.

Exploração do Material: Na segunda etapa, o material foi submetido a um exame detalhado, utilizando as categorias estabelecidas para segmentar, classificar e codificar os dados. Essa fase envolveu um trabalho minucioso de identificação de padrões, temas e informações relevantes, de modo a preparar os dados para a interpretação.

Tratamento, Inferência e Interpretação: Na etapa final, os dados processados foram analisados e interpretados à luz do referencial teórico do estudo. Foram realizadas inferências que articulam as informações extraídas com os objetivos da pesquisa, permitindo a construção de um entendimento mais profundo dos fenômenos investigados e das relações observadas.

Esse processo analítico fundamentado na metodologia de Bardin (1977) buscou assegurar rigor e consistência à interpretação dos dados, contribuindo para a validade das conclusões do estudo. Na próxima seção apresento uma análise dos dados coletados dessa pesquisa.

4.2.1. Pré – Análise

A pré - análise, conforme Bardin (1977) é a etapa inicial em que os dados são organizados e analisados de forma exploratória para identificar padrões iniciais e preparar o material para análise detalhada. Esta etapa consistiu na leitura flutuante e organização dos dados extraídos dos nove diários reflexivos, escritos após cada encontro. Esses relatos foram produzidos a partir da observação participante da professora-pesquisadora e revelaram elementos fundamentais da prática pedagógica, interações entre os estudantes, desafios enfrentados, estratégias de inclusão e desenvolvimento de competências Matemáticas.

Foram estabelecidos os seguintes critérios de recorte:

- Participação de estudantes em atividades de Modelagem Matemática;

- Vivência de dinâmicas colaborativas (em especial, aquelas inspiradas em Cohen e Lotan, 2017);

- Registros que evidenciaram os desafios de aprendizagem, superação, comunicação, engajamento, ou indícios de transformação pedagógica.

Observou-se que o trabalho em grupo promoveu uma troca significativa de conhecimentos, especialmente em atividades colaborativas, como a atividade de construtor de habilidade “Construção de Círculos” (Encontro nº 2). Essa dinâmica é descrita por Cohen e Lotan (2017) como essencial para salas de aula heterogêneas, pois permite que alunos com diferentes níveis de habilidade contribuam de maneira significativa.

Além disso, a Modelagem Matemática mostrou-se um elemento fundamental para conectar os conceitos abordados ao cotidiano dos alunos, atendendo ao objetivo geral de desenvolver habilidades de resolução de problemas e pensamento crítico. Essa abordagem, conforme Bassanezi (2010) facilita a compreensão de conceitos abstratos ao contextualizá-los.

4.2.2. Exploração do Material

Nesta etapa, os dados foram organizados em categorias temáticas principais, possibilitando a identificação de padrões consistentes nos registros analisados. A organização em categorias permitiu explorar como as práticas pedagógicas propostas impactaram o aprendizado e a interação dos alunos. As categorias se encontram no quadro7.

A exploração do material consistiu na codificação dos dados e organização em categorias temáticas. A categorização foi feita de forma aberta, emergindo dos próprios dados, com base em regularidades observadas nos relatos. As categorias estabelecidas foram:

- Trabalho Colaborativo e Comunicação;
- Desenvolvimento de Habilidades Matemáticas;
- Estratégias de Inclusão e Equidade;
- Autonomia e Participação Estudantil;
- Aproximação entre Matemática e Realidade
- Evolução da Professora/ pesquisadora

Essas categorias representam eixos transversais da prática pedagógica observada. A seguir, apresenta-se o quadro 7 com as categorias e exemplos ilustrativos extraídos das falas dos estudantes.

Quadro 7- Categorias detalhadas identificadas nos diários reflexivos com exemplos ilustrativos

Categorias	Descrição	Exemplo
Trabalho Colaborativo e Comunicação	Foco nas interações entre alunos e no desenvolvimento de habilidades sociais durante atividades de grupo.	*E12: "Achei a atividade divertida porque trabalhamos juntos e conseguimos montar algo diferente".* *E12: "Ajudou porque o grupo pensou junto. Sozinho eu não ia conseguir."* (Diário 3). *E7: "A gente teve que pensar como grupo, não só em si mesmo."* (Diário 2). *E9: "Foi difícil não poder falar, mas aprendemos a colaborar."* (Diário 2).
Desenvolvimento de Habilidades Matemáticas	Exploração de conceitos matemáticos por meio de atividades contextualizadas e baseadas em modelagem.	*E8: "Fazer a conta foi fácil porque tinha um contexto. Foi só ajustar os valores".* *E9: "Agora eu entendi melhor porque usamos a equação na hora de planejar a festa."* (Diário 4). *E9: "O número de macieiras aumenta mais rápido, então a gente viu que era função do segundo grau."* (Diário 3) *E5: "A gente usou seno pra calcular a rampa, foi mais fácil do que eu pensava."* (Diário 8)
Desafios e Estratégias de Inclusão e Equidade	Participação de alunos com dificuldades ou timidez, valorização de todas as vozes.	*E20 "'Eu não sabia como começar, mas o grupo me ajudou e, no final, deu certo".* *E20 "Eu nunca apresento, mas hoje fui repórter. Me senti importante no grupo."* (Diário 4). *E7: "A professora elogiou minha ideia, isso me deu coragem."* (Diário 6)
Autonomia e Participação Estudantil	Engajamento dos estudantes na organização e execução das atividades.	*E6: "A gente já sabia o que fazer, nem precisou da professora ler".* (Diário 5). *E3: "A gente mesmo decidiu o melhor lugar pra fazer a rampa".* (Diário 8)
Aproximação entre Matemática e Realidade	Situações contextualizadas que conectam a matemática ao cotidiano.	*E15: "A rampa tem a ver com o triângulo, né? É trigonometria"!* (Diário 8). *E17: "A festa de formatura ajudou a entender a função do primeiro grau".* (Diário 4). *E9: "Com o álbum de figurinhas, ficou fácil montar o gráfico."* (Diário 5).
Evolução da Professora/	Reflexões sobre o próprio desenvolvimento docente ao longo	*"Entendi que, mais do que conduzir as etapas da atividade, minha atuação deveria se concentrar em promover espaços seguros de escuta, diálogo e valorização das diferentes*

pesquisadora	das intervenções, incluindo escuta ativa dos alunos, adaptação das estratégias e aprofundamento da prática investigativa.	*formas de participação". (Diário2)* *"Ao considerar o erro como parte natural do processo de aprendizagem, foi possível construir um ambiente acolhedor e motivador, no qual os alunos se sentiram seguros para explorar, revisar e aprimorar suas respostas". (Diário 5)*

Fonte: Elaboração própria 2025.

Essas categorias refletem diferentes dimensões dos resultados obtidos ao longo das atividades desenvolvidas, evidenciando tanto os aspectos pedagógicos quanto as dinâmicas sociais estabelecidas no contexto colaborativo. A análise permitiu identificar padrões de interação entre os estudantes, bem como desafios e avanços no aprendizado matemático, proporcionando uma compreensão ampla sobre o impacto da Modelagem Matemática e do trabalho em grupo no ensino médio.

4.2.3. Tratamento, Inferência e Interpretação

Na etapa final, os dados categorizados foram analisados em profundidade, permitindo a realização de inferências e interpretação que conectam os achados aos objetivos da pesquisa e do referencial teórico. De acordo com Bardin (1977), essa etapa envolve extrapolar significados explícitos para compreender as implicações mais amplas dos padrões observados. As categorias extraídas foram analisadas para compreender os efeitos da Modelagem Matemática e do trabalho em grupo no desenvolvimento de práticas pedagógicas mais equitativas, engajadoras e significativas. As principais inferências realizadas nesta análise incluem:

Promoção da Equidade na aprendizagem Matemática

As atividades propostas favoreceram a participação de alunos com diferentes níveis de habilidade, como demonstrado em relatos de estudantes que antes se mostravam tímidos ou inseguros e que, nas atividades colaborativas, passaram a assumir papéis ativos. Isso se alinha às contribuições de Cohen e Lotan (2017), que destacam a importância da estruturação de grupos heterogêneos e da distribuição equitativa de status social e acadêmico. Um exemplo disso é o depoimento de um estudante que inicialmente tinha dificuldades, mas que, ao final da atividade, assumiu a responsabilidade pela apresentação do trabalho do grupo, assumindo o papel de repórter do grupo: *"Eu não entendia nada de gráfico, mas o pessoal do grupo me explicou e no final fui eu quem apresentou o cartaz"*. (E14 - Diário 4)

Esse tipo de relato revela uma transformação na dinâmica da sala, em que todos os estudantes são reconhecidos como capazes de contribuir, fortalecendo o senso de pertencimento e promovendo equidade.

Ao longo das atividades, observou-se uma significativa evolução na autoconfiança de estudantes que anteriormente eram considerados de baixo status acadêmico, especialmente no que diz respeito à participação ativa e à expressão de opiniões dentro do grupo. Esse progresso foi particularmente perceptível na estudante E20, que, por sua timidez e dificuldades em Matemática, costumava manter - se em silêncio e raramente interagia. No entanto, com a estruturação do trabalho em grupo e a atribuição de papéis específicos para cada integrante, E20 passou a se envolver mais nas discussões, interagindo com os colegas, expressando suas ideias e buscando esclarecer suas dúvidas.

Esse avanço pode ser exemplificado pela participação da estudante quando ela expressa sua compreensão sobre a função exponencial, mas ainda demonstra dificuldades em conectá-la a contextos reais: E20: *"Agora eu entendi a função exponencial, mas ainda não vejo relação com as notícias"*. (Diário 7). Essa fala evidencia não apenas a progressão de seu entendimento matemático, mas também o fortalecimento de sua autoconfiança, uma vez que ela se sente à vontade para expor suas incertezas e participar ativamente do processo de aprendizagem.

Aprendizagem Significativa e Contextualizada

A Modelagem Matemática, fundamentada nos pressupostos de Bassanezi (2015), demonstrou-se uma ferramenta eficaz para contextualizar o ensino e conectar a Matemática à realidade dos estudantes. Situações-problema, como o planejamento da festa de formatura, a montagem de um álbum de figurinhas e a construção de rampas, fomentaram um engajamento autêntico e significativo. Esse envolvimento pode ser percebido nos relatos dos alunos, como na fala de E5, que destacou a conexão entre a atividade proposta e a prática profissional: E5: "Essa aula foi diferente. A gente teve que pensar como se fosse arquiteto pra calcular a rampa." (Diário 8).

Fontes (2014) argumenta que a Modelagem Matemática estimula a criatividade e o surgimento de novas ideias, elementos essenciais para o desenvolvimento do pensamento matemático. Biembengut e Hein (2023) complementam essa perspectiva, definindo a Modelagem Matemática como a arte de traduzir situações reais para a linguagem matemática, permitindo uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos a partir da experiência cotidiana dos estudantes.

Nesse contexto, a pesquisa conseguiu inserir os alunos nesse universo matemático de forma envolvente. O entusiasmo manifestado por eles ao longo das aulas evidencia esse impacto, com estudantes ansiosos para descobrir os novos desafios e propostas de Modelagem Matemática. Essa transformação é particularmente notável no caso do estudante E12, que antes se mostrava disperso e desinteressado, mas passou a demonstrar um engajamento significativo após as atividades desenvolvidas. Seu relato ilustra essa mudança: E12: *"Professora, eu gosto muito da natureza e do meio ambiente. Trazer isso para a Matemática e perceber como coisas simples, como o planejamento de uma horta, têm relação com os conteúdos que aprendemos em sala foi muito legal"*. (Diário 6).

Esses exemplos evidenciam como o uso de contextos reais potencializou a compreensão de conceitos abstratos, como funções e trigonometria, conferindo-lhes aplicabilidade concreta e tornando o aprendizado mais significativo para os estudantes.

Desenvolvimento de Habilidades Sociais e Matemáticas por meio do Trabalho em Grupo

As atividades em grupo proporcionaram não apenas a construção de conhecimentos matemáticos, mas também o desenvolvimento de habilidades socioemocionais fundamentais, como a comunicação, a escuta ativa, a empatia e o trabalho em equipe. Essa abordagem está alinhada com a perspectiva de Boaler (2018), que destaca a importância de um ambiente colaborativo para garantir que todos os alunos tenham oportunidades de aprender de maneira mais profunda e significativa. A evolução dessas competências pode ser observada no relato do estudante E14, que superou sua insegurança e passou a se sentir mais confortável ao se expressar perante os colegas: E14: *"Antes eu não conseguia falar na frente dos outros. Agora eu gosto de ser repórter do grupo"*. (Diário 5).

A literatura reforça a relevância do trabalho em grupo, especialmente em turmas heterogêneas. Cohen e Lotan (2017) argumentam que essa abordagem possibilita que os alunos aprendam uns com os outros, independentemente de seus diferentes níveis de conhecimento, promovendo não apenas avanços acadêmicos na disciplina de Matemática, mas também melhorias nas interações interpessoais. Nesse mesmo sentido, Duarte (2021) ressalta que propostas colaborativas criam espaços para o compartilhamento de ideias, permitindo múltiplas interpretações e caminhos para a resolução de problemas, sem privilegiar exclusivamente estudantes com maior proficiência Matemática. Esse ambiente favorece a construção coletiva do conhecimento, incentivando a participação ativa de todos.

Um exemplo concreto desse processo pode ser observado no comportamento do estudante E9. Inicialmente, por apresentar um alto desempenho acadêmico, ele demonstrava pouca paciência com colegas que tinham mais dificuldades na disciplina. No entanto, ao longo das atividades colaborativas, houve uma mudança significativa em sua postura, pois passou a demonstrar maior disponibilidade para auxiliar os colegas, adaptando sua comunicação para garantir que todos compreendessem a proposta. Essa transformação fica evidente em seu relato, E9*:"Eu consigo entender rápido a proposta da atividade, mas sei que meus colegas demoram um pouco mais, então eu tento explicar para eles como eu pensei".* (Diário 6).

Durante a atividade de Modelagem Matemática de funções do primeiro grau do álbum de figurinhas, observei um momento significativo de colaboração entre os estudantes, que evidencia o fortalecimento das práticas cooperativas promovidas ao longo dos encontros. Ao perceber que o grupo apresentava dificuldades na verificação de seus cálculos, estimulei a participação do estudante E18, reconhecendo nele uma postura mais acertiva e cuidadosa com os dados. Ao ser chamado, E18 prontamente se dispôs a colaborar. O gesto da estudante E7, ao convidá-lo diretamente com a fala E7: *"Que bom, E18! Vem ver aqui com a gente. Acho que tem algo estranho nesse cálculo, talvez você consiga nos ajudar a entender",* demonstrou sensibilidade e reconhecimento das habilidades do colega, promovendo a valorização da diversidade de saberes dentro do grupo. Logo em seguida, E7 identificou o erro e prontificou-se a corrigi-lo, demonstrando que o ambiente construído favoreceu a confiança e o diálogo entre os estudantes.

Situações como essa evidenciam a relevância do papel do harmonizador nos grupos colaborativos. Esse integrante exerce uma função essencial ao observar atentamente a dinâmica entre os colegas, identificar desigualdades na participação e intervir de forma sensível para promover a inclusão de membros mais silenciosos ou retraídos. Tal postura contribui significativamente para a construção de um ambiente mais equitativo e participativo, favorecendo o desenvolvimento coletivo e o engajamento de todos os estudantes no processo de aprendizagem.

Os resultados indicam que práticas pedagógicas intencionalmente estruturadas com base na colaboração não apenas favorecem a aprendizagem de conteúdos matemáticos, mas também contribuem para o desenvolvimento de competências socioemocionais fundamentais.

Ao incentivar a escuta ativa, a cooperação e a corresponsabilidade, tais práticas promovem interações mais empáticas e construtivas entre os estudantes, preparando-os para atuar de forma mais consciente e colaborativa tanto no ambiente escolar quanto em outros contextos sociais.

Transformações na Prática Docente

Os registros da pesquisa evidenciam o desenvolvimento dos estudantes, e também uma transformação significativa na postura da professora-pesquisadora. Ao longo do processo, a minha atuação se consolidou como a de uma mediadora e organizadora de experiências de aprendizagem centradas nos alunos, alinhando-se ao que Ponte (2002) aponta sobre o desenvolvimento profissional docente. A intencionalidade na seleção das estratégias pedagógicas, a gestão eficiente do tempo e a escuta sensível contribuíram para a construção de um ambiente de aprendizagem mais horizontalizado, reforçando a eficácia do trabalho em grupo e da Modelagem Matemática como abordagens inclusivas e engajadoras.

Durante o desenvolvimento da pesquisa, uma das reflexões mais significativas emergiu a partir da organização dos grupos de trabalho. Inicialmente, os estudantes pediam para formar grupos com colegas de maior afinidade, mas logo se observei que essa escolha espontânea nem sempre favorecia a troca efetiva de conhecimentos, uma vez que muitos enfrentavam dificuldades semelhantes. Essa constatação levou à adoção de uma nova estratégia: a formação intencional de grupos heterogêneos, mesclando diferentes níveis de habilidade e engajamento, a fim de promover interações mais produtivas e equitativas. Essa mudança na prática docente está alinhada ao que Santos (2024) aponta como um dos ganhos formativos da professora-pesquisadora: a capacidade de refletir sobre sua própria atuação e reconfigurar suas decisões pedagógicas a partir da análise crítica do cotidiano escolar. Como reforçam Cohen e Lotan (2017, p. 22), o trabalho em grupos heterogêneos permite que os estudantes se tornem recursos acadêmicos e linguísticos uns para os outros, ampliando as possibilidades de aprendizagem colaborativa.

Ao longo dessa jornada, identifiquei aspectos da minha prática docente que necessitam de aprimoramento. Primeiramente, a gestão do tempo se mostrou um desafio, demandando um planejamento mais preciso para garantir que cada atividade proposta fosse desenvolvida com qualidade e profundidade. Além disso, percebi a necessidade de elaborar atividades de forma mais criteriosa, priorizando problemas desafiadores e reflexivos, conforme sugerem Cohen e Lotan (2017, p. 3): "Se o professor quer que seus alunos se engajem em conversas substantivas e de alta qualidade, a atividade precisa estabelecer problemas complexos ou dilemas, ter diferentes soluções possíveis e contar com a criatividade". Embora o foco da metodologia seja a equidade, ficou evidente que a qualidade deve sempre prevalecer sobre a quantidade de atividades propostas.

Outro ponto fundamental identificado ao longo do desenvolvimento da pesquisa foi à necessidade de um olhar mais atento e criterioso para a avaliação do desenvolvimento intelectual dos estudantes. Nesse contexto, a constituição de grupos heterogêneos revelou-se uma estratégia eficiente, pois favoreceu a interação entre alunos com diferentes níveis de conhecimento e ampliou as oportunidades de aprendizagem colaborativa, promovendo o intercâmbio de saberes para além dos vínculos de afinidade pré-existentes. A reflexão contínua sobre minha prática docente evidenciou, ainda, a importância de registrar e analisar sistematicamente as interações entre os estudantes, a organização das tarefas e os desafios enfrentados no processo de aprendizagem.

Em consonância com Santos (2019), compreende-se que a avaliação em propostas de Modelagem Matemática deve ir além da verificação de resultados finais, incorporando aspectos como as interações entre os integrantes do grupo, a divisão de responsabilidades, a argumentação oral dos alunos e os processos de construção do conhecimento ao longo da atividade. A autora também destaca a relevância de promover reflexões mais aprofundadas acerca da avaliação, de modo que ela seja coerente com os objetivos da prática e, sempre que possível, construída de forma dialógica com os próprios estudantes.

Essa escrita reflexiva se revelou um exercício essencial para minha autoavaliação contínua como educadora. Ao recorrer à literatura acadêmica para embasar minhas reflexões, fortaleci minha busca por abordagens metodológicas mais inclusivas e eficazes. Como destaca Shulman (2014, p. 221), "É por meio desse conjunto de processos que um profissional aprende com a experiência." A análise dos desafios enfrentados, como a gestão do tempo e a heterogeneidade dos grupos, reforçou meu compromisso com a busca por estratégias que promovam maior engajamento e aprofundamento conceitual dos estudantes.

Nesse sentido, a experiência de registrar essas reflexões em um diário de campo foi a um exercício de documentação e um valioso instrumento de desenvolvimento profissional. Esse processo fortaleceu minha busca por um ensino mais inclusivo, equitativo, desafiador e significativo para todos os alunos. Como aponta Jilk (2016), é essencial que os educadores reconheçam e valorizem os pontos fortes dos estudantes, ajudando-os a construir novas crenças sobre si mesmos, como aprendizes de Matemática. Ao promover um ambiente de aprendizado que respeite as diferenças e incentive o protagonismo estudantil, avanços tanto no ensino quanto na aprendizagem se tornam mais evidentes e transformadores.

Na próxima seção, serão apresentadas e discutidas as principais evidências da pesquisa, relacionando os dados coletados com os fundamentos teóricos que sustentam este estudo. O objetivo é destacar as implicações dessas práticas para o ensino de Matemática, evidenciando sua contribuição para uma educação mais equitativa e significativa.

Resultados e Implicações Pedagógicas

A análise conduzida utilizando a metodologia de Bardin (1977) demonstrou como o trabalho em grupo e a Modelagem Matemática são ferramentas poderosas para promover aprendizado, engajamento e inclusão no contexto do ensino médio. As práticas pedagógicas analisadas destacaram-se por conectar conceitos abstratos, como funções matemáticas, a situações práticas do cotidiano, criando um ambiente de aprendizado mais significativo e contextualizado.

As atividades colaborativas promoveram interações entre alunos de diferentes perfis, permitindo que habilidades individuais fossem compartilhadas e valorizadas. Como observado por Cohen e Lotan (2017), a heterogeneidade dos grupos promoveu um ambiente de suporte mútuo, essencial para a inclusão e a equidade educacional. Esse resultado foi evidente nos relatos dos diários reflexivos, que destacaram a participação ativa de alunos que, inicialmente, demonstraram dificuldades ou hesitação em se envolver nas atividades.

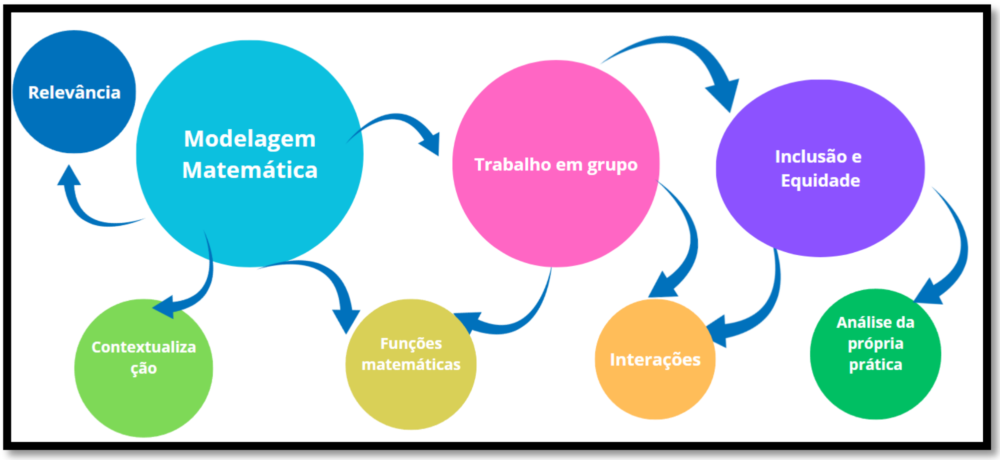
Além disso, a Modelagem Matemática desempenhou um papel fundamental ao transformar conceitos abstratos em problemas reais. Conforme Bassanezi (2010), essa abordagem facilita a compreensão e o aprendizado, uma vez que permite que os alunos vejam a relevância dos conceitos para sua vida prática. A atividade da “Festa de Formatura”, por exemplo, foi uma ilustração clara de como a contextualização pode aumentar o interesse e a participação dos alunos.

Por fim, a análise também revelou a importância de estratégias inclusivas, como o suporte direto da professora e a organização de atividades em grupos. Essas práticas garantiram que todos os alunos pudessem contribuir e se beneficiar das dinâmicas propostas, promovendo um aprendizado mais equitativo e inclusivo.

Os achados desta análise não apenas validam a eficácia das práticas pedagógicas analisadas, mas também reforçam a importância de conectar teoria e prática no planejamento de estratégias educacionais. Assim, a integração do trabalho em grupo e da Modelagem Matemática, conforme demonstrado neste estudo, representa uma abordagem de grande potencial para o desenvolvimento de habilidades acadêmicas e sociais no ensino médio.

Para consolidar os resultados desta análise e representar visualmente os principais conceitos relacionados à Análise de Bardin (1977) aplicada à Modelagem Matemática, foi criado um mapa mental, que se encontra na figura 48. Este recurso permite sintetizar os aspectos fundamentais da análise, destacando as conexões entre os principais elementos e as relações identificadas durante o estudo. O mapa mental é uma ferramenta valiosa para compreender como as práticas de Modelagem Matemática e trabalho em grupo impactam a aprendizagem, a inclusão e a interação dos alunos no ensino médio.

Figura 58 – Mapa mental da Análise



Fonte: Elaboração própria 2025.

#ParaTodosVerem: Mapa mental elaborado com círculos coloridos interligados por setas. No centro, estão destacados três temas principais: Equidade, Trabalho em grupo *e* Modelagem Matemática. A partir deles, setas conectam-se a círculos menores com palavras e expressões como Relevância, Contextualização, Funções matemáticas, Interações e Análise da própria prática. O conjunto representa a relação entre os conceitos abordados ao longo do projeto pedagógico, destacando aspectos pedagógicos e metodológicos discutidos com os estudantes.

O mapa mental apresentado mostra três conceitos principais: “Trabalho em Grupo”, “Inclusão e Equidade” e “Modelagem Matemática”, representados por círculos maiores no diagrama. Esses elementos são os pilares centrais da análise, interligando as práticas pedagógicas à aprendizagem e ao desenvolvimento dos alunos. Cada conceito principal está conectado a subtemas que detalham suas implicações e contribuições para o contexto educacional.

Trabalho em Grupo: Enfatiza as interações e colaborações entre os alunos, destacando como essas dinâmicas fortalecem as habilidades interpessoais e o engajamento coletivo. A conexão com “Interações” reflete a troca de conhecimentos e a criação de um ambiente de suporte mútuo dentro dos grupos.

Equidade e Inclusão: Representa a importância de garantir que todos os alunos, independentemente de seus níveis de habilidade, possam participar e se beneficiar das atividades. A ligação com os pilares centrais demonstra que as práticas pedagógicas analisadas foram projetadas para promover um aprendizado mais equitativo e inclusivo.

Modelagem Matemática: Destaca a relevância de contextualizar conceitos abstratos, tornando-os mais acessíveis e significativos para os alunos. Conexões com “Contextualização” e “Relevância” evidenciam como a aplicação prática de conceitos matemáticos aumenta o interesse e a motivação dos alunos.

4.3 Resultados e divulgação

A análise dos diários reflexivos, fundamentada na metodologia de Bardin (1977), evidenciou o impacto transformador da integração entre Modelagem Matemática e trabalho em grupo no Ensino Médio. Os relatos demonstram que a aprendizagem colaborativa, quando estruturada intencionalmente, amplia o engajamento dos estudantes, incluindo aqueles que enfrentam dificuldades ou se encontram em situação de invisibilidade pedagógica.

Ao integrar a Modelagem Matemática ao trabalho em grupo nas atividades sobre funções, buscou-se aprimorar a compreensão conceitual dos estudantes e também desenvolver suas habilidades de resolução de problemas e pensamento crítico. Essa abordagem revelou-se uma estratégia eficiente para promover equidade e inclusão em sala de aula, proporcionando um ambiente de aprendizagem mais participativo.

Os estudantes demonstraram maior envolvimento nas atividades e melhorias significativas em suas competências matemáticas: na avaliação final, observou-se um aumento médio de 40% no desempenho em questões que exigiam interpretação de gráficos e análise de situações-problema com funções. Além disso, os registros em grupo e as falas dos estudantes revelaram maior compreensão e autonomia. Durante a socialização das produções, por exemplo, a estudante E13, ao modelar a disseminação de notícias falsas com a função $F(t) = 2^t$, afirmou: *"É muito importante agente não compartilhar notícias falsas, porque ao aplicar a função modelada, utilizando a base 2 e o expoente 8, podemos determinar que em apenas 8 minutos, 256 pessoas já receberam a mensagem".* Essa manifestação evidencia a apropriação dos conceitos de função exponencial e o desenvolvimento de um olhar crítico sobre temas sociais relevantes.

Outro estudante, identificado como E18, também demonstrou compreensão do conceito ao afirmar: *"A função seno faz sentido porque a corda do violão vibra pra cima e pra baixo, igualzinho ao movimento que o gráfico mostra"*. Essa observação revela a capacidade do aluno de estabelecer relações entre a Modelagem Matemática e o fenômeno físico representado, indicando apropriação significativa do conceito de função trigonométrica.

Além de demonstrar compreensão conceitual, as interações entre os integrantes do grupo evidenciaram o desenvolvimento de habilidades socioemocionais, especialmente a cooperação e a comunicação. Como demostra a fala de **E10:** *"Eu não entendia nada de gráfico, mas o pessoal do grupo me explicou e no final fui eu quem apresentou o cartaz".* Esses aspectos foram fundamentais para a construção coletiva das soluções propostas, contribuindo para o avanço no conteúdo matemático e para uma formação integral dos estudantes no contexto do trabalho colaborativo.

A Modelagem Matemática, por sua vez, funcionou como uma ponte entre o conteúdo formal e a realidade dos estudantes, facilitando a compreensão de conceitos abstratos e estimulando o pensamento crítico. As atividades contextualizadas permitiram aos alunos vivenciar a Matemática de maneira significativa, compreendendo sua utilidade no cotidiano e fortalecendo sua autoestima acadêmica.

A implementação das atividades de modelagem Matemática no ensino de funções possibilitou uma aprendizagem mais profunda e contextualizada, com estratégias pedagógicas adaptadas aos diferentes níveis de habilidade dos alunos. Os avanços observados evidenciam que essa abordagem favorece o desenvolvimento das competências matemáticas e aprimora a capacidade dos estudantes de transferir esses conhecimentos para situações práticas e do dia a dia.

A pesquisa, além de promover avanços significativos na aprendizagem dos estudantes, possibilitou uma análise aprofundada da prática docente, permitindo a identificação de desafios e a proposição de estratégias mais eficientes para a inserção da Modelagem Matemática no Ensino Médio. Essa reflexão crítica resultou no aprimoramento das metodologias adotadas, tornando o ensino mais dinâmico, contextualizado e responsivo às reais necessidades dos estudantes. Conforme destaca Maia (2017), quando os estudantes têm a oportunidade de aplicar os conceitos discutidos em sala, a retenção da aprendizagem se torna mais significativa, contribuindo para a valorização do conhecimento matemático.

Nesse sentido, os resultados da pesquisa reforçam que práticas pedagógicas equitativas são viáveis quando há um planejamento intencional que reconhece a heterogeneidade dos estudantes, promove a distribuição de responsabilidades e valoriza múltiplas formas de participação. Nesse processo, a atuação da professora-pesquisadora foi ressignificada, assumindo o papel de mediadora e facilitadora de ambientes de aprendizagem mais democráticos e inclusivos.

O trabalho em grupo, utilizando a Metodologia do Programa de Especialização Docente (PED Brasil) proposto pelas pesquisadoras Cohen e Lotan (2017), emergiu como um fator essencial para a promoção da aprendizagem colaborativa, favorecendo o engajamento dos estudantes e o fortalecimento de suas habilidades socioemocionais. A cooperação, a comunicação eficiente e a resolução conjunta de problemas foram competências amplamente desenvolvidas ao longo da pesquisa, contribuindo para um aumento da autoconfiança e da motivação dos estudantes em relação à Matemática.

Como resultado desse processo, foi elaborado um E-book, reunindo as atividades e estratégias desenvolvidas, acompanhadas de orientações e reflexões sobre sua aplicação e os resultados obtidos. Esse material se configura como um recurso pedagógico que possibilitará a outros educadores adaptar e implementar as atividades em suas próprias salas de aula, ampliando o resultado positivo do projeto e contribuindo para a melhoria do ensino de Matemática no Ensino Médio.

Espera-se que esta pesquisa contribua significativamente para o desenvolvimento de estratégias pedagógicas fundamentadas na Modelagem Matemática, tornando o ensino de Matemática mais acessível e atrativo para estudantes com diferentes níveis de aprendizagem. Ao compartilhar essas estratégias com outros docentes, busca-se compartilhar práticas inovadoras e eficientes, promovendo a equidade e a inclusão no ambiente educacional. Além disso, a ênfase na colaboração entre os alunos visa fomentar uma abordagem mais interativa e participativa no ensino de Matemática, incentivando o engajamento ativo dos estudantes no processo de aprendizagem. Destacando o aprimoramento profissional da professora-pesquisadora, evidenciado pela reflexão crítica sobre sua prática docente, o que fortalece seu compromisso com a promoção de uma educação mais equitativa e de qualidade.

Por fim, a divulgação dos resultados ocorrerá por meio da publicação de artigos em periódicos acadêmicos, da disponibilização do E-book e da participação em seminários, simpósios e congressos, contribuindo para a ampliação do debate sobre metodologias ativas e equidade no ensino de Matemática.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A realização desta pesquisa me proporcionou novas perspectivas e aprendizagens significativas, tanto no campo da Educação Matemática quanto no aprimoramento da minha prática docente. O estudo evidenciou que a integração entre a Modelagem Matemática e o trabalho em grupo pode favorecer de forma efetiva a compreensão de conceitos matemáticos, além de promover um ambiente de aprendizagem mais inclusivo e participativo no Ensino Médio. Os dados analisados revelaram o potencial para reduzir desigualdades educacionais, engajando estudantes com diferentes níveis de habilidade e incentivando a colaboração, a argumentação e o pensamento crítico.

Com base no objetivo de propor estratégias que potencializem a compreensão dos estudantes e o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas, esta pesquisa adotou uma abordagem voltada promoção da equidade e inclusão nas aulas de Matemática, integrando Modelagem Matemática e trabalho em grupo. Foram elaboradas ou adaptadas atividades envolvendo funções afim, quadrática, exponencial e trigonométrica, todas contextualizadas em situações reais. A aplicação dessas propostas, fundamentada na metodologia de trabalho em grupo de Cohen e Lotan (2017), revelou-se como um grande potencial para estimular a participação equitativa dos estudantes, aprofundar o entendimento conceitual e favorecer a construção coletiva do conhecimento matemático.

A análise dos dados, conduzida com base na metodologia de Análise de Conteúdo de Bardin, revelou seis categorias principais: trabalho colaborativo e comunicação; desenvolvimento de habilidades matemáticas; estratégias de inclusão e equidade; autonomia e participação estudantil; aproximação entre Matemática e realidade; e evolução da professora/pesquisadora. Essas categorias reforçam a compreensão de que a articulação entre Modelagem Matemática e colaboração em grupo contribui para a aprendizagem conceitual, para o desenvolvimento de competências socioemocionais e para o fortalecimento da participação ativa dos estudantes no processo educativo.

Os registros nos diários de campo e a observação dos vídeos gravados dos encontros possibilitaram uma análise crítica da minha prática docente. Conforme Zabalza (2004), os diários constituem instrumentos valiosos de desenvolvimento profissional docente, pois permitem ao professor revisitar aspectos da prática que, muitas vezes, permanecem invisíveis no cotidiano. A partir dessa reflexão, foi possível identificar dilemas recorrentes, reformular decisões pedagógicas e aprofundar a compreensão sobre as atitudes adotadas em sala de aula. Essa postura investigativa foi essencial para repensar minha atuação, compreender a importância de estimular a autonomia estudantil e planejar atividades que atendessem tanto a alunos com alto desempenho quanto àqueles em processo de recuperação, promovendo uma aprendizagem mais equitativa.

Durante esse processo, foi possível observar mudanças significativas na postura de alguns estudantes, especialmente no que diz respeito ao engajamento, à colaboração e à autoconfiança nas atividades matemáticas. O estudante E9, por exemplo, passou a demonstrar sensibilidade às dificuldades dos colegas, adotando uma postura mais solidária e colaborativa no grupo. Já a estudante E18, inicialmente bastante tímida, apresentou evolução progressiva em sua participação nas atividades, conseguindo expressar suas dúvidas e contribuir com o grupo. Esses casos ilustram o potencial de abordagens pedagógicas baseadas na colaboração e na escuta ativa para promover não apenas o aprendizado de conteúdos, mas também o fortalecimento da autoestima, da autonomia e do senso de pertencimento dos estudantes.

Outro aspecto significativo para o aprimoramento da minha prática docente foi o desenvolvimento de uma gestão mais eficiente do tempo durante as atividades. A observação atenta das interações entre os alunos nos grupos permitiu compreender como a colaboração pode intensificar o processo de ensino e aprendizagem. Além disso, escutar os anseios, medos e dificuldades dos estudantes possibilitou a formulação de estratégias pedagógicas mais sensíveis e de acordo com as necessidades de cada estudante. Nesse contexto, os erros passaram a ser ressignificados como oportunidades valiosas de aprendizagem. Quando os estudantes compreendem a origem de seus equívocos e conseguem superá-los, sentem-se mais confiantes e motivados, reconhecendo sua capacidade de aprender. Essa dimensão afetiva do processo educativo é reforçada por Díaz, Belmar e Poblete (2018), que destacam a influência das emoções sobre o desempenho dos estudantes em atividades Matemáticas, podendo tanto favorecer quanto comprometer a aprendizagem. Assim, a postura do professor diante das interações e dos resultados torna-se centrais para a promoção de práticas pedagógicas equitativas.

Destaca-se ainda a eficiência da modelagem matemática na aproximação entre os conteúdos escolares e a realidade vivida pelos estudantes. Ao propor situações-problema contextualizadas, os alunos foram convidados a mobilizar conhecimentos matemáticos em cenários significativos, favorecendo tanto a compreensão conceitual quanto o engajamento nas atividades. Essa conexão com o cotidiano mostrou-se especialmente benéfica para alunos que, historicamente apresentavam dificuldades na disciplina, reforçando o papel da modelagem como ferramenta para uma educação mais acessível, envolvente e equitativa.

O desenvolvimento desta pesquisa também permitiu-me explorar, de forma concreta, as categorias do conhecimento docente propostas por Shulman (2014). Ao longo das disciplinas do Mestrado Profissional em Educação (MPE – Unitau), busquei ampliar a minha formação acadêmica; entretanto, no momento da coleta de dados que adentrei, de forma mais profunda, na dimensão da “sabedoria da prática”, uma das mais relevantes e, ao mesmo tempo, menos exploradas nas pesquisas educacionais. Essa sabedoria, construída a partir da experiência e da reflexão sobre o fazer docente, deve, como defende Shulman, ser valorizada e codificada pela comunidade acadêmica. A observação de práticas pedagógicas e a reflexão crítica sobre minha própria atuação contribuíram para um aprimoramento da prática, fundamentada na articulação entre teoria e experiência. Percebo, assim, uma grande transformação no meu olhar para ações educativas.

Ainda que os resultados obtidos sejam promissores, reconheço algumas limitações importantes. O tempo reduzido destinado à implementação das atividades e o número limitado de encontros impediram uma exploração mais ampla das potencialidades da Modelagem de funções em contextos reais. Um cronograma mais extenso teria possibilitado o aprofundamento das propostas, bem como o uso mais sistemático de recursos como a pesquisa de campo e a exploração do ambiente escolar. Um exemplo dessa limitação foi à atividade registrada no diário número oito, em que os alunos realizaram medições e propuseram soluções para a construção de uma rampa de acessibilidade na escola. Essa atividade evidenciou o potencial da Matemática como ferramenta de intervenção social e poderia ter sido expandida para um ciclo de seis aulas, aprofundando as analises e conclusões propostas pelos estudantes.

Outro desafio enfrentado ao longo do desenvolvimento da pesquisa foi conciliar a execução do extenso currículo previsto para a segunda série do Ensino Médio com a implementação de práticas pedagógicas significativas e contextualizadas. A adoção de propostas que favorecem a aprendizagem ativa e colaborativa exigiu um tempo maior de planejamento e execução, demandando uma reorganização cuidadosa do tempo didático para garantir que os conteúdos essenciais fossem abordados de forma profunda e relevante para os estudantes.

Os resultados desta investigação indicam que práticas pedagógicas inovadoras, como a modelagem matemática desenvolvida em grupos colaborativos, têm grande potencial para promover um ensino de Matemática mais acessível, contextualizado e alinhado aos princípios da equidade educacional. Tais práticas valorizam os saberes prévios dos estudantes, promovem a construção coletiva do conhecimento e estimulam competências cognitivas e socioemocionais fundamentais para a formação integral. Diante disso, destaca-se a importância de que futuras pesquisas ampliem esse debate, testando e adaptando essas estratégias em diferentes níveis de ensino, contextos escolares e componentes curriculares, a fim de aprofundar a compreensão sobre sua eficiência e adaptação. Esse movimento é essencial para consolidar abordagens pedagógicas que contribuam de maneira efetiva, para transformar o ensino da Matemática em direção a uma perspectiva mais justa, inclusiva e significativa.

Em síntese, esta pesquisa buscou contribuir para a construção de uma Educação Matemática mais equitativa, significativa e comprometida com a realidade sociocultural dos estudantes. Ao propor a integração entre a Modelagem Matemática e o trabalho em grupo como estratégias pedagógicas centrais, foram delineados caminhos possíveis para uma prática docente mais inclusiva, que reconhece e valoriza as diferentes formas de participação e aprendizagem no ambiente escolar. Nesse sentido, o presente trabalho pretende inspirar outros educadores a repensarem suas abordagens didáticas e fortalecer o debate acadêmico sobre os princípios de equidade, inclusão e qualidade no ensino da Matemática, colaborando com a formação de uma escola mais democrática e responsiva às necessidades de todos os alunos.

A trajetória investigativa aqui percorrida não se encerra com a finalização deste trabalho. Pelo contrário, inaugura novas possibilidades de atuação e reflexão sobre o ensino de Matemática na perspectiva da equidade. O diálogo entre teoria e prática, promovido pela pesquisa e pelo produto educacional desenvolvido, representa uma contribuição concreta à formação docente e à melhoria da qualidade da educação. Que este trabalho inspire outros professores e pesquisadores a construírem coletivamente uma escola mais inclusiva, justa e sensível às singularidades dos sujeitos que nela aprendem e ensinam.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, C. A. **Uma proposta didática para o estudo da função quadrática no Ensino Médio por meio da modelagem matemática de um experimento.** 2023. 98 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2023.

ALMEIDA, L. M. W. ; SILVA, K. P; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica.** São Paulo: Editora Contexto, 2016. 160 p.

BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática:** concepções e experiências de futuros professores. 2001. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/download/10522/6931/56251. Acesso em: 26 maio 2025.

BARBOSA, J. F. Modelagem matemática: a arte de traduzir o mundo através da Matemática. **Revista Zetetike**, v. 17, n. 2, p. 23–44, 2009.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Tradução: Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro, Lisboa - Portugal: Edições, 70, 1977. 225 p.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem Matemática:** teoria e prática. 1ª. ed. São Paulo: Contexto, 2015.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática.** 3. ed. São Paulo: Contexto, v. 2, 2010.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática:** uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino.** 5.ed. São Paulo: Contexto, 2023

BOALER, J. **Mentalidades Matemáticas:** estimulando o potencial dos estudantes por meio da Matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Tradução: Daniel Bueno; Porto Alegre: Penso, 2018, 256 p.

BORGES, L. B. **Modelagem matemática no ensino de trigonometria.** 2020. 156 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2020. Disponível em: https://repositorio.bc.ufg.br/tede/items/5c82610e-3640-4e05-9ee4-90da3784c099. Acesso em: 26 maio 2025.

BRAGA, N. H. **Pesquisando a própria prática:** narrativa de uma professora de Matemática. 2013. 178 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2013. Disponível em: https://www.academia.edu/73315357/Pesquisando_a_pr%C3%B3pria_pr%C3%A1tica_narrativa_de_uma_professora_de_Matem%C3%A1tica. Acesso em: 26 maio 2025.

BRASIL. **Estatuto da Criança e do Adolescente**: Lei federal nº 8.069, de 13 de julho de 1990.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Resultados do PISA 2022**. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/assuntos/noticias/acoes-internacionais/divulgados-os-resultados-do-pisa-2022 . Acesso em: 26 de maio 2025.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Resultados do Saeb e Ideb 2021.** Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/assuntos/noticias/saeb/mec-e-inep-divulgam-resultados-do-saeb-e-do-ideb-2021. Acesso em: 26 de maio 2025

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018.

BURAK, D. **Modelagem matemática:** ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. 1992. 460 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992. Disponível em: https://repositorio.unicamp.br/acervo/detalhe/46030. Acesso em: 26 de maio 2025.

COHEN, E. G.; LOTAN, R. A. **Planejando o trabalho em grupo:** estratégias para salas de aula heterogêneas. Tradução: Luís Fernando Marques Dorvillé, Mila Molina Carneiro, Paula Márcia schmaltz Ferreira Rozin; revisão técnica: Mila Molina Carneiro, José Ruy Lozano. – 3ª ed. - Porto Alegre: Penso, 2017. 226 p.

COHEN, E.; LOTAN, R.; SCARLOSS, B. A.; ARELLANO, A. R. **Complex Instruction:** Equity in cooperative learning classrooms. Theory into practice, 38:2, 1999.

DÍAZ, V.; BELMAR, H.; POBLETE, A.. Manifestación emocional y modelación de una función matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 32, n. 62, p. 1198-1218, 2018.

DANTE, L. R. **Matemática:** Contextos e aplicações- Ensino Médio – 3ª Edição – São Paulo – Ática, 2016- Obra em 3 volumes.

DUARTE, R. A. L. **Resolução de problemas não convencionais na educação infantil:** a criança como protagonista. 2021. 201 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação) – Universidade de Taubaté, Taubaté, 2021. Disponível em: https://mpe.unitau.br/wp-content/uploads/dissertacoes/2021/Raissa-Alexandra-Lopes-Duarte.pdf. Acesso em: 26 maio 2025.

DUNCAN, C. P. F. R. *et al.* A utilização da modelagem matemática como metodologia facilitadora e motivadora no processo de ensino/aprendizagem, **Revista Científica Interdisciplinar.** ISSN, v. 2, n. 2, p. 111- 130, 2015.

FERREIRA, N. S.; ARAÚJO, C. F. J. Contribuições da Modelagem Matemática para o desenvolvimento de ações de motivação e engajamento no Ensino Médio. **Revista BOEM**, v. 8, n. 15, p. 37-56, 2020.

FERREIRA, Willian José; RICHETTO, Kátia Celina da Silva. Educação em prol da equidade: a adaptação de práticas avaliativas no contexto multicultural do ensino de matemática. **Educar em Revista,** Curitiba, v. 41, p. e93725, 2025. https://doi.org/10.1590/1984-0411.93725

FONTES, F. A. M. **Aprendizagem de funções por meio da modelagem matemática:** um estudo de um composto químico. 2014. 79 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014. Disponível em: https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/SCAR_695afa0c0d3baace08035c4d4b67457f. Acesso em: 26 maio 2025.

GRAVINA, M. F. Modelagem Matemática na educação matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 14, n. 3, p. 301-316, 2012.

GONÇALVES, D. B.; MENEGAIS, D. A. F. N. A Modelagem Matemática no estudo de funções exponenciais. **Revista de Educação, Ciências e Matemática** v.6 n.2 mai/ago. p. 71-81. 2016.

HUBERMAN, M. **O ciclo de vida profissional dos professores.** In: vidas de professores. Portugal: Porto Editora, 1992.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Censo Demográfico 2022.** Rio de Janeiro: IBGE, 2022. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/cidades-e-estados/sp/lagoinha.html. Acesso em: 26 maio 2025.

INSTITUTO CANOA. **Programa de Especialização Docente (PED Brasil).** 2025. São Paulo: Instituto Canoa. Disponível em: https://institutocanoa.org/ped-brasil/. Acesso em: 26 maio 2025.

JILK, L. M. Apoiando Professores a Notar os Pontos Fortes dos Estudantes em Aulas de Matemática. **In: Mathematics Teacher Educator**, v. 4, n. 2, p. 188-199, 2016. Universidade Washington.

JOSSO, M. C. **Experiências de vida e formação.** 2. Ed. São Paulo: Cortez, 2004.

MAIA, L. F. M. Q. **Modelação Matemática na sala de aula:** o conceito de função exponencial numa sequência de atividades para o 1º ano do ensino médio. 2017. 68 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2017. Disponível em: https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/10156. Acesso em: 26 maio 2025.

MARCELO, C. Desenvolvimento Profissional: passado e futuro. **Revista de Ciências da Educação**, n.º 8, p. 7-22, jan./abr., 2009.

MUNSON, J. **In the Moment:** Conferring in the Elementary Math Classroom. Portsmouth: Heinemann, 2018.

NEIDE, I. G. *et al.* Problematizando experiências de modelagem matemática desenvolvidas no ensino médio. **Revista Dynamis**, v. 24, n. 1, p. 77-93, 2018.

OPENAI. **ChatGPT [GPT-5]**. São Francisco, CA: OpenAI, 2025. Disponível em: https://chat.openai.com/. Acesso em: 26 maio 2025.

PONTE, J. P. **Investigar a nossa própria prática.** In: GTI (Org.). *Reflectir e investigar sobre a prática profissional*. Lisboa: **APM**, p. 5-28. 2002.

PONTE, J. P. Investigar a nossa própria prática: uma estratégia de formação e de construção do conhecimento profissional. **PNA**, v. 2, n. 4, p. 153-180, 2008.

PONTE, J.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 4. Ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019. 160 p.

ONU - Organização das Nações Unidas. Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável. Nova York, 2015. Disponível em: https://brasil.un.org/pt-br. Acesso em: 26 maio 2025.

RAMON, R.; SOUZA, N. F.; KLUBER, T. E. Conferência nacional sobre modelagem na educação matemática: aspectos evidenciados nos relatos de experiência. **Revista Dynamis**, FURB, Blumenau, v.28, n.1, 2022 – p. 46 – 70, 2022.

RODRIGUES, D. F. **Modelagem Matemática no Ensino de Função Afim**. 2021. 95 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2021. Disponível em: https://repositorio.ufms.br/handle/123456789/4253. Acesso em: 26 maio 2025.

SANTOS, L. A. **Um olhar sobre a própria prática com modelagem matemática na educação matemática ao estar-com-um-grupo de formação continuada**. 2019. 129 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) – Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Foz do Iguaçu, 2019. Disponível em: https://tede.unioeste.br/handle/tede/4644. Acesso em: 26 maio 2025.

SANTOS, M. M. B. **Resolução de problemas no Ensino Fundamental:** desenvolvendo o pensamento matemático em alunos do terceiro ano dos Anos Iniciais. 2024. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação) – Universidade de Taubaté, Taubaté, 2024. Disponível em: https://mpe.unitau.br/wp-content/uploads/dissertacoes/2024/Maria-Marisa-Braz-dos-Santos.pdf Acesso em: 26 maio 2025.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Material digital para o Ensino Médio.** São Paulo: SEDUC-SP, 2025. Disponível em: https://repositorio.educacao.sp.gov.br/ Acesso em: 26 maio 2025.

SILVA, S. C.; MADRUGA, Z. E. F.; SILVA, F. S. Modelagem Matemática como apoio ao ensino e aprendizagem de função quadrática. **Revista de Educação Matemática**, v. 16, n. 21, p. 101-118, 2019.

SILVA, A. L. R. A Modelagem Matemática como um cenário para investigação na formação crítica dos estudantes: um estudo de caso. **Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós Graduação em Educação Matemática XX EBRAPEM** – Curitiba – Paraná – 12 a 14 de novembro de 2016.

SHULMAN, L. S. Conhecimento e ensino: fundamentos para a nova reforma. **Cadernos Cenpec**. Nova série, v. 4, n. 2, 2014.

SKOVSMOSE, Ole. Educação matemática e democracia. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, v. 1, n. 3, p. 5–19, 2000.

VAN de WALLE, J. A.; **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicações em sala de aula. Tradução: Paulo Henrique Colonese. – 6. ed. – Dados eletrônicos. – Porto Alegre: Artmed, 2009.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente:** o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. São Paulo: Martins Fontes, 1989.

WELLER, W.; PFAFF, N. **Metodologias da pesquisa qualitativa em educação:** teoria e prática. Petrópolis-RJ: Vozes, 2010.

WEINSTEIN, C.; NOVODVORSKY, I. **Gestão da sala de aula:** lições da pesquisa e da prática para trabalhar com adolescentes**.** Porto Alegre: AMGH Editora, 2015.

YIN, R. K. **Pesquisa qualitativa do início ao fim**. Tradução: Daniel Bueno ; revisão técnica: Dirceu da Silva. – Porto Alegre: Penso, 2016.

YOUCUBED. Semana 3 – Pomar de Macieiras. Stanford: YouCubed, may 2020. Disponível em: https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2020/05/Semana-3-Pomar-de-Macieiras.docx.pdf Acesso em: setembro de 2025.

ZABALZA, M.A. **Diários de aula:** um instrumento de pesquisa e desenvolvimento profissional. Porto Alegre: Ed. Artimed, 2004.

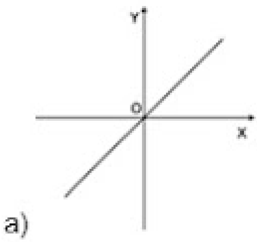
APÊNDICE A - Questionário de entrada para os alunos

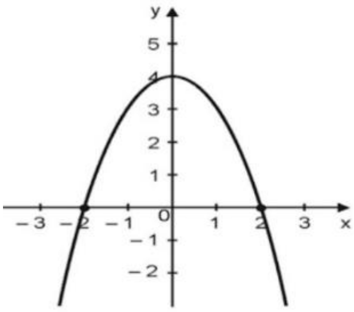
PARTE I – RELAÇÃO COM A MATEMÁTICA
1)Por que é importante aprender Matemática hoje em dia? R:
2)Na sua opinião por que os alunos tem dificuldade para aprender matemática? R:
3)Você acha importante os professores utilizarem metodologias diversificadas para ensinar matemática? R:
4) Qual a importância do trabalho em grupos colaborativos nas aulas de matemática? R:
5) Você sabe o que é modelagem matemática? R:
6) Faça um breve comentário sobre a afirmação: “Uma forma eficiente de despertar o interesse pela matemática é apresentar aos alunos situações e problemas reais em que a matemática desempenha um papel importante. Que promova uma conexão dos conceitos matemáticos com o cotidiano dos estudantes, mostrando como a matemática está presente em suas vidas”. R:

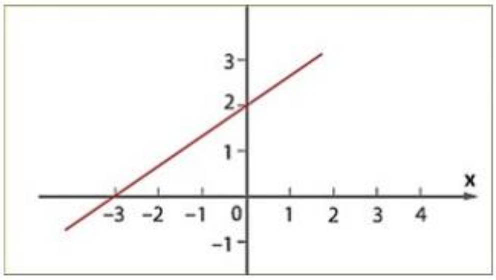
Fonte: Elaboração própria 2025.

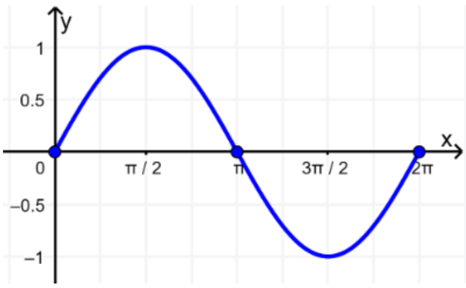
PARTE II – CONHECIMENTOS SOBRE FUNÇÕES

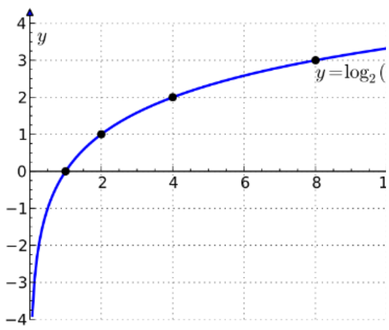
1) Identifique o qual tipo de função representa cada gráfico:

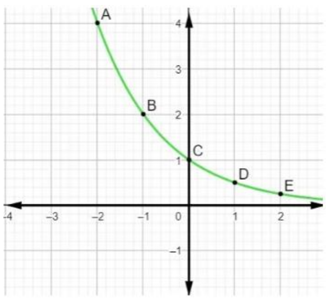












2)Um arco de balões, em forma de parábola, será feito para a entrada de convidados em uma festa de aniversário infantil, como representa a figura abaixo. Imagine que o arco de parábola formado pelos balões possa ser representado pela função do segundo grau $f(x) = -2x^2 + 8x - 6$. Qual será a altura máxima que ficará disponível para a passagem dos convidados?

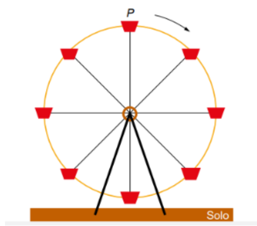
a) 3 metros
b) 5 metros
c) 2 metros
d) 4 metros
e) Não sei resolver

3)O tempo, em minutos, que um medicamento leva para fazer efeito em uma pessoa é dado pela função: $F(x) = 2 + \log\left(\frac{x}{6}\right)$. Considere que x é a idade e f(x) é o tempo em minutos. Em um paciente que possui 30 anos, o tempo necessário para que esse remédio faça efeito é de:
a) 2 minutos e 70 segundos.
b) 2 minutos e 42 segundos.
c) 3 minutos e 26 segundos.
d) 5 minutos.
e) Não sei resolver

4) Um motorista de táxi cobra, para cada corrida, uma taxa fixa de R$ 5,00 e mais R$ 2,00 por quilômetro rodado. O valor total arrecadado (R) num dia é função da quantidade total (x) de quilômetros percorridos e calculado por meio da função R(x) = ax + b, em que *a* é o preço cobrado por quilômetro e *b*, a soma de todas as taxas fixas recebidas no dia. Se, em um dia, o taxista realizou 10 corridas e arrecadou R$ 410,00, então a média de quilômetros rodados por corrida, foi de
a) 14
b) 16
c) 18
d) 20
e) Não sei resolver

5)Sob certas condições uma bactéria cresce de acordo com a função $f(x) = 30.\ 2^t$, t em horas. A quantidade de bactérias na colônia após 10 horas será:
a) 6.000
b) 7.680
c) 15.630
d) 30.720
e) Não sei resolver

6)A figura ilustra uma roda-gigante no exato instante em que a cadeira onde se encontra a pessoa P está no ponto mais alto dessa roda-gigante. Com o passar do tempo, à medida que a roda gigante gira, com velocidade angular constante e no sentido horário, a altura da cadeira onde se encontra a pessoa P, em relação ao solo, vai se alterando. Qual é o tipo de função que relaciona a altura, em função do tempo, contado a partir do instante em que a cadeira da pessoa P se encontra na posição mais alta da roda-gigante?



a) Função Afim
b) Função Quadrática
c) Função trigonométrica
d) Função logarítmica
e) Função exponencial

APÊNDICE B- Autoavaliação por Rubrica

ASPECTOS AVALIATIVOS	🤩	😃	🤔	☹️
Qual foi o seu nível de interesse pelo tema abordado no trabalho em grupo?	Muito interessado ( )	Razoavelmente interessado ( )	Pouco interessado ( )	Nem um pouco interessado ( )
Qual foi o nível de dificuldade encontrado no trabalho em grupo?	Nem uma dificuldade, achei muito fácil ( )	Razoavelmente Fácil ( )	Um pouco difícil ( )	Extremamente difícil ( )
Você entendeu exatamente o que o grupo deveria fazer?	Compreendi exatamente o que fazer e contribui com o grupo ( )	No início eu não tinha entendido depois compreendi ( )	Não ficou claro pra mim ( )	Não entendi ( )
Qual foi o nível de engajamento no trabalho em grupo?	Muito engajado e incentivei os meus colegas ( )	Um bom engajamento. ( )	Pouco engajado. ( )	Nem um pouco engajado. ( )
Qual foi o nível de entendimento do conteúdo matemático desenvolvido?	Compreendi e contribui com os meus colegas. ( )	No início tive um pouco de dificuldade mais depois compreendi. ( )	Não entendi completamente o conteúdo matemático. ( )	Não entendi e/ou tive muita dificuldade. ( )
Faça um breve resumo sobre o que você aprendeu na aula de hoje?				
Faça uma sugestão para que a aula possa ser melhorada:				

Fonte: Adaptado de (Cohen e Lotan, 2017).

APÊNDICE C-Roteiro para registro dos encontros no diário de campo

ROTEIRO PARA REGISTRO DOS ENCONTROS NO DIÁRIO DE CAMPO
Número do Encontro:____________________ Tema da proposta:____ Critérios para definições dos papéis___________________________________ Como foi a interação nos grupos?_____________________________________ ____ ____ Como foi o desenvolvimento do produto do grupo?_______________________ ____ ____ Como foi a socialização dos grupos?___________________________________ ____ ____ Reflexão final? ____ ____

Fonte: Elaboração própria 2025.

APÊNDICE D - Questionário de avaliação final

Parte II – Relação com a Matemática e o trabalho em grupo.

1)Na sua opinião as atividades realizadas em grupos colaborativos favorecem a aprendizagem matemática?

a)Sim, pois a interação entre os colegas possibilitou uma melhor compreensão das atividades propostas.

b)Talvez, visto que, em determinadas atividades, houve colaboração entre os integrantes do grupo.

c) Sim, contudo, para maior efetividade, as atividades devem ser bem estruturadas, com atribuição de funções específicas para cada integrante do grupo.

d) Não, pois o trabalho em grupo favoreceu a dispersão e conversas paralelas.

2)As atividades desenvolvidas por meio da modelagem matemática, abordando temas relacionados com seu cotidiano, favoreceram sua aprendizagem matemática?

a)Sim, pois estabeleceram conexões entre a matemática e a realidade, tornando a aprendizagem mais significativa.

b)Talvez, pois, em alguns momentos, consegui estabelecer relações, mas em outros tive dificuldades.

c)Sim, porém, acredito que a inclusão de outros temas poderia ampliar a aplicabilidade do conhecimento matemático.

d) Não, pois não percebi conexão entre os conteúdos abordados e minha realidade.

3) Após a realização das atividades em grupo, que evolveram situações – problema contextualizadas e a produção de cartazes, seu interesse pela disciplina de matemática aumentou?

a) Sim, pois a metodologia adotada facilitou a aprendizagem e despertou maior interesse pela disciplina.

b) Talvez, pois, em alguns momentos, senti maior motivação, mas ainda encontro dificuldades.

c) Sim, entretanto, considero necessário realizar mais atividades desse tipo para me sentir mais seguro na aprendizagem matemática.

d) Não, pois continuo enfrentando desafios na disciplina e meu interesse não aumentou.

4) Qual é, em sua opinião, a importância do trabalho e grupos colaborativos nas aulas de matemática?

5)Relate quais foram os principais desafios e os aspectos mais satisfatórios durante o desenvolvimento das atividades.

Parte II – Conhecimentos sobre Funções

1)No final de uma partida de futebol, verificou-se as estatísticas da partida e concluiu-se que a quantidade de chutes a gol de um dos times foi igual ao valor de x que satisfaz a função:

F(x) = 4x + 124 com F(x) = 196. Quantos Chutes a gol deu esse time nessa partida?

a)12

b)14

c)16

d)18

2) Uma bola é largada do alto de um edifício e cai em direção ao solo. Sua altura h em relação ao solo, t segundos após o lançamento, é dada pela expressão h (t) = -25 t^2 + 625. Após quantos segundos do lançamento a bola atingirá o solo?

a) 25

b) 5

c) 125

d) 50

3) Um botânico, dedicou –se anos de estudos sobre a árvore do Pau Brasil, até conseguir modelar uma função exponencial que medisse o crescimento dessa árvore no decorrer do tempo. Sua conclusão foi que, ao plantar essa árvore, seu crescimento, no decorrer dos anos, é dado por : $C(t) = 0{,}5 \cdot 2^{(t-1)}$. Analisando essa função, quanto tempo essa árvore leva para atingir a altura de 16 metros?

a)3

b)4

c)5

d)6

4) Uma gráfica que confeccionou o material de campanha determina o custo unitário de um de seus produtos, em reais, de acordo com a lei de formação modelada em: $C(t) = 200 + 120 \cdot sen\left(\frac{\pi \cdot t}{2}\right)$. Assim os custos máximos e mínimos desse produto são:

a)300 e 200

b)200 e 120

c)200 e 80

d)320 e 80

APÊNDICE E - Roteiro para elaboração das atividades dos encontros

PLANEJAMENTO DAS ATIVIDADES	
Número do Encontro:	Data:
Professora:	Duração: 90 minutos (2 aulas de 45 min.)
Tema: Álgebra	Ano: 2ª Série do Ensino Médio
Habilidade (BNCC/ Currículo Paulista)	
(EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para 172apresenta - los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.	
Objetos do Conhecimento:	
• Funções: interpretação de gráficos e de expressões algébricas; •Funções e Representações Funções polinomiais do 1º grau (função afim, função linear, função constante, função identidade); • Gráficos de funções; • Taxa de variação de funções polinomiais do 1º grau	
Objetivos do encontro:	
• Identificar funções presentes em situações cotidianas; • Identificar padrões e expressar algebricamente. •Reconhecer a representação geométrica de funções.	
Materiais e recursos necessários:	
Cartão de Atividade (1 Por grupo) Cartão de recursos (2 Por grupos) Relatório individual (1 Por estudante) Cartolina e Canetinhas.	
Desenvolvimento	
Início da aula os alunos se dirigem aos grupos previamente organizados.	5 minutos
Apresentação dos objetivos da aula.	5 minutos
Contextualização do tema da aula.	10 minutos
Apresentação dos critérios para determinar as funções de cada estudante no grupo.	5 minutos
Aquecimento e roda de conversa sobre o aquecimento.	10 minutos
Distribuição dos Cartões de recurso, de atividade e o relatório individual.	5 minutos
Orientações para a atividade em grupo.	5 minutos
Realização da atividade e elaboração do produto do grupo.	20 minutos
Socialização dos grupos.	10 minutos
Considerações finais.	10 minutos
Preenchimento da autoavaliação	5 minutos

Fonte: Elaboração própria 2025.

APÊNDICE F- Cartões de atividades e cartões de recursos

ELABORANDO NORMAS PARA O TRABALHO EM GRUPO
CARTÃO DE ATIVIDADES

EM GRUPO:

Em comum acordo, vocês deverão decidir quais combinados serão apresentados pelo grupo como essenciais. Vocês deverão compartilhar com os/as colegas os dois combinados selecionados, justificando a escolha.
Sugestão de combinados:

- Respeite os horários;
- Levante a mão quando quiser falar
- Informe suas ideias de maneira clara e objetiva;
- Escute as ideias dos outros com empatia;

PRODUTO DO GRUPO:

Elaborem um cartaz criativo contendo a escolha do grupo.
Você pode adicionar ilustrações ou imagens, para tornar o visual mais atraente e compreensível.

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO:

- O cartaz é criativo e visualmente interessante, contêm imagens, setas ou fluxograma.
- O cartaz está bem-organizado com um fluxo lógico entre as informações, facilitando a leitura e compreensão;
- As explicações e apresentações estão claras e bem elaboradas;
- O cartaz reflete a participação de todos.
- Todos os membros do grupo sabem explicar a estratégia utilizada.

Fonte: Elaboração própria 2025.

CARTÃO DE ATIVIDADES – EXPLORANDO O TRABALHO EM GRUPO COM FUNÇÕES E PADRÕES

Fazendo Matemática juntos: plantando maçãs e percebendo padrões.

Numa fazenda, os produtores plantam suas macieiras em padrões quadrados em cada pomar. Para proteger as árvores do vento, eles também plantam pinheiros ao redor do pomar, conforme ilustrado no diagrama a seguir.

Pomar 1 Pomar 2 Pomar 3 Pomar 4

EM GRUPO:

- Para qual tamanho de pomar a quantidade de macieiras é igual à quantidade de pinheiros? Justifiquem sua resposta.
- Como o crescimento da quantidade de macieiras se compara ao crescimento da quantidade de pinheiros, conforme aumentamos o tamanho do pomar? Expliquem.

PRODUTO DO GRUPO:
Elaborem um cartaz criativo contendo a solução do grupo. Expliquem usando as **fórmulas matemáticas, tabela ou gráfico**.

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO:

- O cartaz é criativo e visualmente interessante, contêm imagens, tabelas ou gráficos, reflete a participação de todos;
- O cartaz está bem organizado com um fluxo lógico entre as informações, facilitando a leitura e compreensão;
- Todos os membros do grupo sabem explicar a estratégia utilizada.

Fonte: adaptada de https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2020/05/Semana-3-Pomar-de-Macieiras.docx.pdf

PLANEJANDO UMA FESTA PARA A FORMATURA

CARTÃO DE ATIVIDADES

EM GRUPO:

- Com base nas informações contidas no cartão de recursos, como você poderia estimar o custo total da festa de formatura em função do número de convidados? Que expressão algébrica representa esse custo total?
- Se cada formando tem um orçamento limitado, quantas pessoas ele poderá convidar considerando o valor arrecadado?
- Quais seriam os custos totais da festa se houvesse 100, 200 ou 300 convidados?
- Além dos itens mencionados, que outros gastos você acha que poderiam surgir na organização de um evento como esse? Como esses novos itens poderiam impactar o orçamento total?

PRODUTO DO GRUPO:

Elaborem um cartaz criativo contendo a solução do grupo. Você pode adicionar ilustrações ou imagens (como balões de festa, taças de celebração, etc.) para tornar o visual mais atraente, usar tabelas, gráficos e legendas para organizar os dados de maneira acessível.

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO:

- O cartaz é criativo e visualmente interessante, contêm imagens, tabelas ou gráficos;
- O cartaz está bem organizado com um fluxo lógico entre as informações, facilitando a leitura e compreensão;
- As explicações e apresentações estão claras e bem elaboradas;
- O cartaz reflete a participação de todos.
- Todos os membros do grupo sabem explicar a estratégia utilizada.

Fonte: Elaboração própria 2025.

PLANEJANDO UMA FESTA PARA A FORMATURA
CARTÃO DE RECURSOS



Uma comissão de pais está organizando o baile de formatura, e já tem algumas estimativas iniciais de custos:

ORÇAMENTO:	
ALUGUEL DO SALÃO	R$ 1600,00
DECORAÇÃO	R$ 1500,00
SOM	R$ 900,00
BUFFET	R$ 40,00 (por pessoa)
BEBIDAS	R$ 50,00 (por pessoa)
DOCES	R$ 10,00 (por pessoa)

Os formandos pagarão 8 parcelas de R$ 100,00 cada, e a ideia é utilizar o valor arrecadado para cobrir o custo da festa e proporcionar uma experiência inesquecível para todos os convidados.

Fonte: Elaboração própria 2025.

CARTÃO DE ATIVIDADES - MODELAGEM MATEMÁTICA DE FUNÇÃO AFIM
ÁLBUM DE FIGURINHAS

EM GRUPO: O Cartão de Recursos A mostra os valores que seis amigos gastaram para comprar o álbum de figurinhas, cada um adquirindo diferentes quantidades de pacotes de figurinhas. Em grupo, discutam e registrem no caderno as respostas para as seguintes questões:

- Qual é o preço do álbum e de cada pacote de figurinhas?
- Miguel afirma que, independente da quantidade de pacotes de figurinhas comprados, o álbum da copa Libertadores da América sempre sai mais em conta do que o álbum da Eurocopa. Vocês concordam com a afirmação de Miguel?
- Façam uma comparação dos valores gastos com os dois tipos de álbuns de figurinhas para analisar se Miguel está ou não correto.
- Vocês devem criar **um modelo matemático, usando cálculos, tabelas ou gráfico** para visualizar a relação entre o valor pago e a quantidade de pacotes de figurinhas comprados em cada caso.

PRODUTO DO GRUPO:

Elaborem um cartaz criativo contendo a solução do grupo. Expliquem usando as **fórmulas matemáticas, tabela ou gráfico** se Miguel está ou não certo na sua afirmação.

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO:

- O cartaz é criativo e visualmente interessante, contêm imagens, tabelas ou gráficos;
- O cartaz está bem organizado com um fluxo lógico entre as informações, facilitando a leitura e compreensão;
- As explicações e apresentações estão claras e bem elaboradas;
- O cartaz reflete a participação de todos.
- Todos os membros do grupo sabem explicar a estratégia utilizada.

Fonte: Adaptada de Instituto Canoa 2025.

ÁLBUM DE FIGURINHAS - CARTÃO DE RECURSOS

Libertadores da América **Euro Copa**

Tabela - Álbum e pacotes de figurinhas.

Pessoa	Itens comprados	Valor total gasto
Julia	Álbum com 3 pacotes de figurinhas	R$ 27,90
Rafael	Álbum com 5 pacotes de figurinhas	R$ 36,50
Lucas	Álbum com 10 pacotes de figurinhas	R$ 58,00
Fernanda	Álbum com 12 pacotes de figurinhas	R$ 66,60
Vitória	Álbum com 15 pacotes de figurinhas	R$ 79,50

Miguel foi o único do grupo que preferiu comprar um álbum da copa Libertadores da América, os outros decidiram comprar da Eurocopa. Ele pagou R$ 10,00 pelo álbum e R$ 4,50 por cada pacote de figurinhas.

Fonte: Adaptada de Instituto Canoa 2025.

CARTÃO DE ATIVIDADE 1- PROJETISTA MESTRE

EM GRUPO:

- Cada estudante receberá um conjunto com peças de um Tangram.
- Uma pessoa desempenha o papel de Projetista Mestre. Essa pessoa tem que instruir os jogadores a repetir o desenho que ele criou com as peças, mais o projetista não pode fazer esse trabalho por eles. Os jogadores não podem ver o que os outros estão fazendo nem o desenho do Mestre.
- Essa pessoa tem que instruir os jogadores a repetir o desenho que ela criou com as peças, mais o projetista não pode fazer esse trabalho por eles.
- Os jogadores não podem ver o que os outros estão fazendo nem o desenho do Mestre.
- Os membros do grupo podem fazer perguntas ao projetista.
- Quando qualquer membro do grupo achar que descobriu o desenho do projetista, deve se verificar a solução, em caso positivo, esse jogador poderá dar dicas para ajudar os outros a terminar.

- **PRODUTO DO GRUPO:**

Responder as seguintes questões:

- Como foi à experiência no grupo?
- O que ajudou e o que dificultou na realização da atividade?
- O que você fez no seu grupo que lhe ajudou a montar a figura correta?
- O que os grupos poderiam fazer melhor no futuro?

Fonte: Adaptada de Cohen e Lotan (2017).

PLANEJAMENTO DE UMA HORTA COMUNITÁRIA NA ESCOLA

CARTÃO DE RECURSOS

A escola está iniciando um projeto de construção de uma horta comunitária em um espaço livre, com o objetivo de incentivar o aprendizado sobre agricultura sustentável e contribuir para a alimentação escolar. O formato da horta será retangular, e será necessário cercá-la para protegê-la.

Para o cercado, a escola pretende comprar 40 metros linear de tela. Além disso, o orçamento total do projeto é de R$ 1.200,00, que será usado para comprar a cerca e as mudas de hortaliças. A escola quer organizar a horta de maneira a obter a maior área possível para o plantio, respeitando os materiais e recursos disponíveis.

Fonte: Elaboração própria 2025.

PLANEJAMENTO DE UMA HORTA COMUNITÁRIA NA ESCOLA

CARTÃO DE ATIVIDADES

EM GRUPO:

Com base nessas informações contidas no cartão de recursos A, proponha um planejamento para a construção da horta:

- Quais poderiam ser as dimensões da horta para que a área de plantio seja a maior possível?
- Qual será a área máxima que a horta poderá ocupar com essas dimensões?
- Quanto dinheiro será necessário para cercar a horta, considerando que o custo da tela é R$ 23,00 por metro linear?
- Quanto dinheiro sobrará para a compra de mudas de hortaliças?
- Você acha que o formato retangular é a melhor escolha? Se não, sugira uma alternativa e justifique sua resposta.

PRODUTO DO GRUPO:

Elaborem um cartaz criativo contendo a solução do grupo. Escreva como o grupo resolveu a questão, justifique utilizando os cálculos necessários. Você pode adicionar ilustrações para tornar o visual mais atraente, usar tabelas, gráficos e legendas para organizar os dados de maneira acessível.

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO:

- O cartaz é criativo e visualmente interessante, contêm imagens, tabelas ou gráficos;

- O cartaz está bem organizado com um fluxo lógico entre as informações, facilitando a leitura e compreensão;

- As explicações e apresentações estão claras e bem elaboradas;

- O cartaz reflete a participação de todos.

- Todos os membros do grupo sabem explicar a estratégia utilizada.

Fonte: Elaboração própria 2025.

CARTÃO DE ATIVIDADE - VIRALIZANDO MENSAGENS

EM GRUPO DISCUTAM:

- Que padrões vocês observam na tabela?
- O que acontece com a quantidade de pessoas novas que receberam a mensagem de um minuto para o outro?
- Assumindo que o compartilhamento da mensagem continue, quantas pessoas novas terão recebido a mensagem no 8º minuto?
- Qual a relação entre a quantidade de pessoas novas que receberam a mensagem e o tempo?
- Representem essa relação por meio de uma fórmula matemática e em um gráfico.

PRODUTO DO GRUPO: Essa forma de compartilhamento de mensagens também pode ser usada para espalhar notícias falsas. Criem uma publicação para as redes sociais com uma explicação sobre como esse tipo de mensagem viraliza.

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO:

- A publicação inclui uma representação visual que ilustra como as mensagens viralizam (diagrama, tabela, gráfico, etc.);
- A publicação explica a relação entre a fórmula matemática, o gráfico e o modo com que as mensagens viralizam.
- O cartaz reflete a participação de todos.
- Todos os membros do grupo sabem explicar a estratégia utilizada.

Fonte: Adaptada de Instituto Canoa 2025.

VIRALIZANDO MENSAGENS
CARTÃO DE RECURSOS

Luana escreveu uma mensagem convidando os amigos para assistirem a final de campeonato de futebol em um telão na praça. No final do texto, ela escreveu: “Compartilhe essa mensagem com mais 2 contatos e vamos lotar a praça!”.

A tabela a seguir mostra quantas pessoas novas receberam a mensagem de Luana a cada minuto:

Tempo	Novas pessoas que receberam a mensagem
Início	1
1 minuto	2
2 minutos	4
3 minutos	8
4 minutos	16

Fonte: Adaptada de Instituto Canoa 2025.

ACESSIBILIDADE E A TRIGONOMETRIA
CARTÃO DE ATIVIDADE

Primeiro Momento:

- Indique a relação trigonométrica usada no cálculo da inclinação das rampas;
- Calcule o comprimento horizontal da rampa para as inclinações de 4% e 8%;
- Esboce os perfis das rampas no item anterior na situação de desnível máximo.

Em grupo:

- Compartilhem e discutam se é possível construir uma rampa no portão central da escola? Justifiquem a sua resposta.
- Qual seria o comprimento dessa rampa?

Produto do grupo:

- Crie um cartaz com uma explicação visual criativa e com a justificativa do grupo sobre a construção da rampa.
- Crie um protótipo de uma rampa.

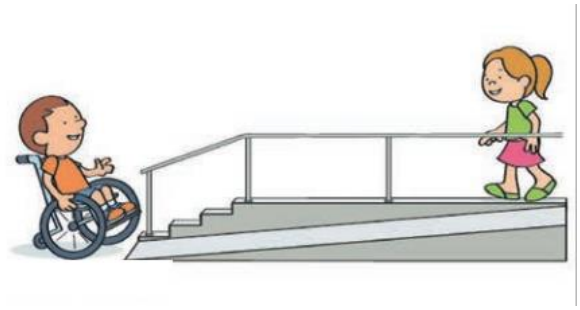
CRITÉRIOS PARA AVALIAÇÃO

- A justificativa apresenta os cálculos da inclinação da rampa;
- O cartaz elaborado está claro, organizado e visualmente criativo;
- O cartaz reflete a participação de todos os membros do grupo;
- O protótipo construído é criativo;
- Todos os membros do grupo sabem explicar as conclusões que grupo chegou.

Fonte: Elaboração própria 2025.

CARTÃO DE RECURSOS - ACESSIBILIDADE E A TRIGONOMETRIA

A inclinação de uma rampa geralmente é dada na forma de porcentagem, sendo a razão entre o desnível e o comprimento horizontal da rampa.



Relações trigonométricas no triângulo retângulo

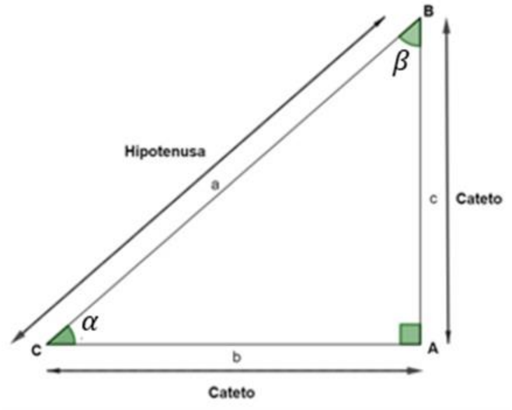
Para qualquer ângulo agudo do triângulo retângulo, valem as relações:

No triângulo ABC:

$$\text{Seno} = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{Hipotenusa}} \qquad sen(\alpha) = \frac{AB}{BC} \qquad sen(\beta) = \frac{AC}{BC}$$

$$\text{Cosseno} = \frac{\text{Cateto adjacente}}{\text{Hipotenusa}} \qquad \cos(\alpha) = \frac{AC}{BC} \qquad \cos(\beta) = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{Tangente} = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{Cateto adjacente}} \qquad tg(\alpha) = \frac{AB}{AC} \qquad tg(\beta) = \frac{AC}{AB}$$



Rampas e trigonometria

De acordo com a ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas) na norma sobre acessibilidade:

Inclinação da rampa	Desnível máximo
Até 5%	1,50 m
Entre 5% e 6,25%	1,00 m
De 6,25% a 8,33%	0,80 m

Fonte: Adaptada do Material digital da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo 2025.

CARTÃO DE ATIVIDADE: MODELAGEM MATEMÁTICA COM FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS E Fenômenos Periódicos

EMGRUPO: Nesta atividade, vocês vão trabalhar em grupos colaborativos para explorar um fenômeno periódico do cotidiano e modelá-lo matematicamente utilizando funções trigonométricas. O desafio é desenvolver uma situação-problema, identificar a lei de formação da função e apresentar uma solução fundamentada matematicamente.

ETAPAS DA ATIVIDADE:

- **Escolha do Fenômeno Periódico:** Com base na pesquisa realizada pelo grupo, escolham um fenômeno periódico (exemplos: movimento do pêndulo, marés, oscilações de temperatura, relógio, duração do dia, estações do ano, rotação da Terra, batimentos cardíacos etc.).
- **Elaboração da Situação-Problema:** Desenvolvam um problema contextualizado envolvendo o fenômeno escolhido e que possa ser resolvido por meio de funções trigonométricas (seno e/ou cosseno).

Modelagem Matemática:

- Utilizando o Cartão de Recursos, discutam em grupo qual modelo matemático melhor representa o fenômeno escolhido.
- Determinem a lei de formação da função trigonométrica que descreve o comportamento do fenômeno.
- Construam uma tabela com alguns valores relevantes da função.
- Elaborem o gráfico correspondente.

PRODUTO DO GRUPO: Organizem as informações em um cartaz criativo, contendo:

- O fenômeno escolhido e sua descrição.
- A situação-problema elaborada pelo grupo.
- A equação matemática utilizada para modelar o fenômeno.
- O gráfico e a tabela de valores da função escolhida.
- Elementos visuais que tornem o cartaz atrativo (imagens, setas, fluxogramas, esquemas, cores etc.).
- Estejam prontos para compartilhar.

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO:

- Criatividade e visual do cartaz (uso de elementos gráficos que tornem a apresentação mais interessante e compreensível);
- Clareza na organização das informações e fluxo lógico do cartaz;
- Coerência na formulação do problema e adequação às funções trigonométricas;
- Correta identificação da equação, tabela de valores e gráfico;
- Participação ativa e colaboração de todos os membros do grupo;
- Capacidade de explicação e argumentação durante a apresentação.
- Todos os membros do grupo sabem explicar a estratégia utilizada.

Fonte: Elaboração própria 2025.

CARTÃO DE RECURSOS A: MODELAGEM MATEMÁTICA COM FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

FENÔMENOS PERIÓDICOS

No mundo real, presenciamos situações que, de uma forma ou de outra, são classificadas como periódicas. Observe alguns desses fenômenos:

I) Os movimentos do Sol e da Lua, que fazem com que aconteçam o dia e a noite;

II) As fases da Lua;

III) Os movimentos das marés;

IV) Os movimentos dos pêndulos.

Os fenômenos periódicos podem ser observados em diversos intervalos de tempo. Os problemas relacionados com os fenômenos periódicos podem ser modelados com auxílio das funções trigonométricas seno e cosseno. Eles podem ser interpretados com auxílio de gráficos, pois se relacionam com a trigonometria, a representação gráfica das funções seno e cosseno auxiliam na interpretação de tais fenômenos.

Os fenômenos periódicos, por serem cíclicos, estão relacionados com o tempo, pois muitos dos fenômenos periódicos auxiliam, principalmente, na própria contagem de tempo, como o dia e a noite, por exemplo.

Principais razões trigonométricas

$$\text{Seno}=\frac{CatetoOposto}{hipotenusa}\text{, Cosseno }=\frac{CatetoAdjacente}{hipotenusa}\text{ e Tangente }=\frac{CatetoOposto}{CatetoAdjacente}$$

As **principais funções trigonométricas** são:

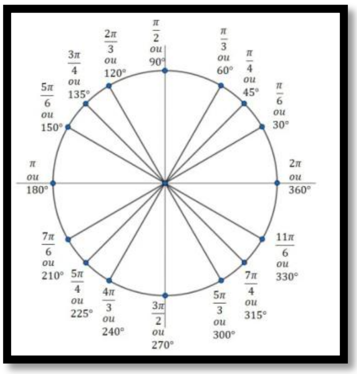
- Função Seno *F(x)= Seno x*
- Função Cosseno *F(x) = Cos x*
- Função Tangente *F(x) = Tg x*

Fonte: Adaptada do Material digital da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo 2025.

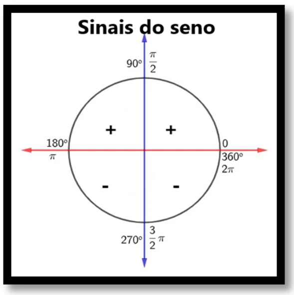
CARTÃO DE RECURSOS B: MODELAGEM MATEMÁTICA COM FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

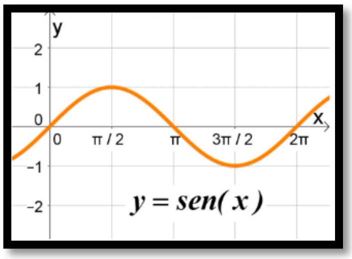
Ciclo trigonométrico: temos que cada número real está associado a um ponto da circunferência, que representam os ângulos expressos em graus e radianos.

Ciclo Trigonométrico.



A **função seno** é uma função periódica e seu período é **2π**. Ela é expressa por: **f(x) = sen x.** No círculo trigonométrico, o **sinal da função seno** é positivo quando *x* pertence ao primeiro e segundo quadrantes. Já no terceiro e quarto quadrantes, o sinal é negativo, como mostra as figuras abaixo:



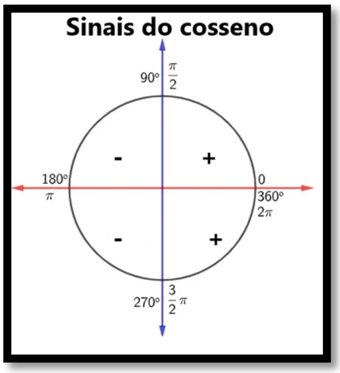


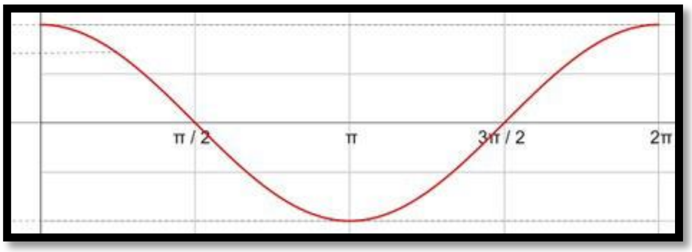
Além disso, no primeiro e quarto quadrantes a função *f* é **crescente**. Já no segundo e terceiro quadrantes a função *f* é **decrescente**. O **domínio** e o **contradomínio** da função seno são iguais a R. Ou seja, ela está definida para todos os valores reais: Dom (seno) = R.

Já o conjunto da **imagem da função** seno corresponde ao intervalo real [-1, 1]:

$-1 \leq$ seno x ≤ 1. Em relação à simetria, a função seno é uma **função ímpar**: seno (-x) = -seno (x). O gráfico da função seno f(x) = sen x é uma curva chamada de **senoide.**

A **função cosseno** é uma função periódica e seu período é **2π**. Ela é expressa por: **f (x) = cos x**. No círculo trigonométrico, o **sinal da função cosseno** é positivo quando *x* pertence ao primeiro e quarto quadrantes. Já no segundo e terceiro quadrantes, o sinal é negativo. Por se tratar de uma função em que se deve considerar a projeção no eixo horizontal (x), temos que os valores à direita do eixo x serão positivos, e os valores à esquerda serão negativos:





Além disso, no primeiro e segundo quadrantes a função *f* é **decrescente**. Já no terceiro e quarto quadrantes a função *f* é **crescente**. O **domínio** e o **contradomínio** da função cosseno são iguais a R. Ou seja, ela está definida para todos os valores reais: Dom (cos) = R. Já o conjunto da **imagem da função** cosseno corresponde ao intervalo real [-1, 1]: $-1 \leq \cos x \leq 1$. Em relação à simetria, a função cosseno é uma **função par**: cos(-x) = cos(x). O gráfico da função cosseno f(x) = cos x é uma curva chamada de cossenoide.

As funções trigonométricas são do tipo:

f(*x*) = *a* + *b sen* (*cx* + *d*) *ou f*(*x*)= *a* + *b cos* (*cx* + *d*).

Parâmetros: Os Parâmetros das funções trigonométricas seno e cosseno têm o mesmo comportamento, mas os gráficos são diferentes, eles podem mudar a forma de uma senoide ou uma cossenoide.

Parâmetro a: Responsável pela translação vertical na representação da curva. Ou seja, modifica o conjunto imagem e mantém o domínio, o período e a amplitude. Como exemplo, considere:

$f(x) = 3 + sen\,(x)$

$f(x) = -2 + sen\,(x)$

$f(x) = 3 + cos(x).$

O parâmetro b é responsável pela expansão ou contração vertical da amplitude da curva, alterando o conjunto imagem e mantendo o período.

$f(x) = 2\,sen\,(x)$ $\qquad$ $f(x) = 2\,cos(x).$

O parâmetro c é responsável pela expansão ou contração horizontal da curva, não alterando a imagem ou a amplitude. Ele modifica o período:

$f(x) = sen(2x)$: o período é de 0 até π;

$f(x) = sen(3x)$: o período está compreendido de 0 até $\frac{\pi}{2}$.

f(*y*) = *cos* (*2x*)*:* o período é de 0 até π;

O parâmetro d provoca uma translação na função, seja a direita ou a esquerda. Não altera o período, a amplitude nem a imagem.

$f(x) = sen\left(x + \frac{3}{2}\right).$ $\qquad$ $f(x) = cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right).$

Fonte: Adaptada do Material digital da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo 2025.

APÊNDICE G – Capa do Produto Técnico (E- book)

Fonte: Elaboração própria 2025.

ANEXO A - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

O menor ____, sob sua responsabilidade, está sendo convidado (a) a participar da pesquisa intitulada: INTEGRAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA E TRABALHO EM GRUPO: Uma abordagem equitativa para a aprendizagem de funções no ensino médio, sob a responsabilidade da pesquisadora Maristela Santos Aguiar de Souza e orientado pela Profa. Dra. Kátia Celina da Silva Richetto. Nesta pesquisa pretendemos Investigar como a integração da modelagem matemática e do trabalho em grupo pode ser incorporada nas atividades sobre funções desenvolvidas no ensino médio, com a intenção de aprimorar a compreensão dos alunos e desenvolver suas habilidades de resolução de problemas e pensamento crítico, promovendo equidade e inclusão em sala de aula.

A participação dele é voluntária e se dará por meio de registros de observação na sala de aula, feitos pela pesquisadora no desenvolvimento das atividades envolvendo a modelagem matemática de funções por meio do trabalho em grupo na sala de aula, descrevendo os detalhes observados e vividos durante o desenvolvimento das atividades. Durante a realização do questionário os alunos colaboradores foram informados que a sua identidade ficaria em sigilo e que não seria oferecido nenhum tipo de risco à sua integridade física e emocional, que todas as perguntas foram elaboradas com muito cuidado e zelo para que nenhum constrangimento acontecesse.

Esta pesquisa apresenta riscos mínimos, tais como o desconforto dos participantes em realizar a proposta, além da insegurança em assumir funções no grupo durante o desenvolvimento das atividades, situações que serão prontamente respeitadas. A pesquisadora estará atenta a quaisquer sinais de comportamentos negativos entre os adolescentes e, se necessário, interromperá o desenvolvimento das atividades, notificando a equipe gestora da escola e as famílias dos adolescentes envolvidos. Todo o processo será conduzido em conformidade com a Lei n° 8.069 de 13 de julho de 1990, que dispõe sobre o Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA). Para prevenir possíveis riscos, serão garantidos os direitos de anonimato dos participantes, o direito de abandonar a pesquisa a qualquer momento, de se abster de responder a qualquer pergunta e de solicitar que os dados fornecidos não sejam utilizados. Caso ocorra algum dano ao participante, este será encaminhado ao serviço público de saúde mais próximo, especialmente em casos de abalos emocionais.

Ainda, em caso de desconforto físico ou psíquico, os participantes terão assegurada assistência e acompanhamento, mesmo que posteriores ao encerramento ou interrupção da pesquisa, oferecidos pela pesquisadora responsável, por meio de especialistas. Além disso, o menor tem assegurado o direito a ressarcimento ou indenização no caso de quaisquer danos eventualmente produzidos pela pesquisa, de responsabilidade do pesquisador responsável. Os procedimentos utilizados nesta pesquisa obedecem aos Critérios da ética na Pesquisa com Seres Humanos conforme a Resolução nº 510/16 do Conselho Nacional de Saúde.

Ressaltando que não haverá identificação do adolescente em hipótese alguma, sendo assim, nas fotos utilizadas, os olhos dos adolescentes serão cobertos com tarjas, mediante a autorização de uso de imagem assinada pelos responsáveis, garantindo total anonimato. Se ele aceitar participar contribuirá com dados para a confecção de um guia com as propostas utilizadas no projeto que poderá inspirar outros professores e formadores a trabalhar os conteúdos de função por meio da modelagem matemática e o trabalho em grupo.

Para participar desta pesquisa, o menor sob sua responsabilidade não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira. Ele será esclarecido (a) em qualquer aspecto que desejar e estará livre para participar ou recusar-se a participar.

Você, como responsável pelo menor, poderá retirar seu consentimento ou interromper a participação dele a qualquer momento. A recusa em participar não acarretará qualquer penalidade ou modificação na forma em que é atendido (a) pela pesquisadora que irá tratar a identidade do menor com padrões profissionais de sigilo. O menor não será identificado em nenhuma publicação. Os resultados estarão à sua disposição quando finalizada. O nome ou o material que indique a participação do menor não será liberado sem a sua permissão. Os dados e instrumentos utilizados na pesquisa ficarão arquivados com a pesquisadora responsável por um período de 5 (cinco) anos, e após esse tempo serão destruídos. Este termo de consentimento encontra-se impresso em duas vias, sendo que uma cópia será arquivada pela pesquisadora responsável, e a outra será fornecida a você. Para qualquer outra informação o sr. (a) poderá entrar em contato com a pesquisadora pelo telefone (12) 997696480, inclusive ligações a cobrar, ou pelo e-mail maristela.sasouza@unitau.br. Em caso de dúvidas com respeito aos aspectos éticos deste estudo, você poderá consultar Comitê de Ética em Pesquisa – CEP/UNITAU na Rua Visconde do Rio Branco, 210 – centro – Taubaté, telefone (12) 3625-4234, e-mail: cep@unitau.br

____

MARISTELA SANTOS AGUIAR DE SOUZA
Pesquisadora Responsável

Consentimento Pós-informação

Eu, ____, portador (a) do documento de Identidade ____________________________________, responsável pelo menor ____, fui informado (a) dos objetivos do presente estudo de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações e modificar a decisão do menor sob minha responsabilidade de participar, se assim o desejar. Recebi uma cópia deste termo de consentimento livre e esclarecido e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

LAGOINHA - SP, 19 de julho de 2024.

____

Assinatura do (a) Responsável legal

____

MARISTELA SANTOS AGUIAR DE SOUZA
Pesquisadora Responsável

ANEXO B – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE)

Você está sendo convidado (a) a participar da pesquisa intitulada: INTEGRAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA E TRABALHO EM GRUPO: Uma abordagem equitativa para a aprendizagem de funções no ensino médio. Nesta pesquisa pretendemos investigar como a integração da modelagem matemática e do trabalho em grupo pode ser incorporada nas atividades sobre funções desenvolvidas no ensino médio, com o objetivo de aprimorar a compreensão dos alunos e desenvolver suas habilidades de resolução de problemas e pensamento crítico, promovendo equidade e inclusão em sala de aula, sob a responsabilidade da pesquisadora Maristela Santos Aguiar de Souza e orientado pela Profa. Dra. Kátia Celina da Silva Richetto.

A sua participação é voluntária e se dará por meio de registros de observação na sala de aula feitos pela pesquisadora no desenvolvimento das atividades envolvendo a modelagem matemática de funções por meio do trabalho em grupo na sala de aula, descrevendo os detalhes observados e vividos durante o desenvolvimento das atividades. Durante a realização do questionário os alunos colaboradores serrão informados que a sua identidade ficaria em sigilo e que não seria oferecido nenhum tipo de risco à sua integridade física e emocional, que todas as perguntas foram elaboradas com muito cuidado e zelo para que nenhum constrangimento acontecesse.

Esta pesquisa apresenta riscos mínimos, e se você sentir desconfortável ou não desejar realizar a proposta, ou algo que imediatamente será respeitado. Para participar desta pesquisa, o responsável por você deverá autorizar e assinar um Termo de Consentimento. Você não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira. Ninguém pode forçar você a participar deste estudo e você tem toda a liberdade de deixar de participar do estudo a qualquer momento e isso não irá te causar nenhum problema. Seu nome e o nome de seus pais/responsáveis não serão divulgados em nenhum momento e suas informações serão analisadas junto com as de outros participantes.

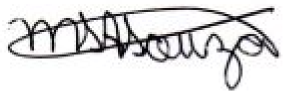
Se você entender que teve algum problema relacionado direta ou indiretamente com a sua participação nessa pesquisa você tem assegurado **o direito de buscar indenização (reparação).** Os resultados estarão à sua disposição quando a pesquisa estiver terminada Os dados e instrumentos utilizados na pesquisa ficarão arquivados com o pesquisador responsável por um período de cinco anos, e após esse tempo serão destruídos. Este termo de consentimento encontra-se impresso em duas vias, sendo que uma via será arquivada pelo pesquisador responsável, e a outra será fornecida a você.

Para qualquer outra informação você poderá entrar em contato com a pesquisadora pela pesquisadora pelo telefone (12) 997696480, inclusive ligações a cobrar, ou pelo e-mail maristela.sasouza@unitau.br.

O Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) é um grupo de pessoas que avalia se essa pesquisa apresenta algum problema ético, ou seja, algum problema como a participação não obrigatória, a garantia de não se identificar os participantes, entre outras informações. Se você tiver alguma dúvida a esse respeito, eles também podem te ajudar. Para isso consulte o Comitê de Ética em

Pesquisa – CEP/UNITAU na Rua Visconde do Rio Branco, 210 – centro – Taubaté, telefone (12) 3622-4005, e-mail: cep.unitau@unitau.br.

A pesquisadora responsável declara que a pesquisa segue a Resolução CNS 510/16.



____
MARISTELA SANTOS AGUIAR DE SOUZA
Pesquisadora Responsável

Consentimento pós-informação

Eu, ____, portador (a) do documento de Identidade ____________________ **(se já tiver documento),** fui informado (a) dos objetivos da presente pesquisa, de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações, e me retirar do estudo a qualquer momento sem qualquer prejuízo, e o meu responsável poderá modificar a decisão de participar se assim o desejar. Tendo o consentimento do meu responsável já assinado, declaro que concordo em participar dessa pesquisa. Recebi uma cópia deste termo de assentimento e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.
LAGOINHA - SP, 19 de julho de 2024.

____
Assinatura do (a) menor

ANEXO C - Termo de Autorização de Uso de Imagem

Eu____ CPF____________, RG____________________, depois de conhecer e entender os objetivos, procedimentos metodológicos, riscos e benefícios da pesquisa, bem como de estar ciente da necessidade do uso de minha imagem e/ou depoimento, especificados no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), AUTORIZO, através do presente termo, os pesquisadores Maristela Santos Aguiar de Souza, Kátia Celina da Silva Richetto e Willian José Ferreira, do projeto de pesquisa intitulado: INTEGRAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA E TRABALHO EM GRUPO: Uma abordagem equitativa para a aprendizagem de funções no ensino médio, a realizar as fotos que se façam necessárias e/ou a colher meu depoimento sem quaisquer ônus financeiros a nenhuma das partes. Nesta pesquisa pretendemos investigar como a integração da modelagem matemática e do trabalho em grupo pode ser incorporada nas atividades sobre funções desenvolvidas no ensino médio, com o objetivo de aprimorar a compreensão dos alunos e desenvolver suas habilidades de resolução de problemas e pensamento crítico, promovendo equidade e inclusão em sala de aula.

Esta pesquisa apresenta riscos mínimos, e se você sentir desconfortável ou não desejar realizar a proposta, ou algo que imediatamente será respeitado. Cabe ressaltar que a utilização das imagens será realizada de forma a assegurar a confidencialidade e a privacidade, a proteção da imagem e a não estigmatização dos participantes da pesquisa, garantindo a não utilização das informações em prejuízo das pessoas e/ou das comunidades, inclusive em termos de autoestima, de prestigio e/ou de aspectos econômico-financeiros. Sempre que os achados da pesquisa puderem contribuir para a melhoria das condições de vida da coletividade, os mesmos serão comunicados as autoridades competentes, bem como aos órgãos legitimados pelo Controle Social, preservando, porém, a imagem e assegurando que os participantes da pesquisa não sejam estigmatizados. Em qualquer momento da pesquisa você poderá decidir retirar o seu consentimento e deixar de participar da mesma.

Ao mesmo tempo, libero a utilização destas fotos e/ou depoimentos para fins científicos e de estudos (livros, artigos, slides e transparências), em favor dos pesquisadores da pesquisa, acima especificados, obedecendo ao que está previsto na Resolução do CNS nº 510/16 e nas leis que resguardam os direitos das crianças e adolescentes (Estatuto da Criança e do Adolescente – ECA, Lei N.º 8.069/ 1990) e das pessoas com deficiência (Decreto Nº 3.298/1999, alterado pelo Decreto Nº 5.296/2004).

Em caso de dúvidas com respeito aos aspectos éticos deste estudo, você poderá consultar Comitê de Ética em Pesquisa – CEP/UNITAU na Rua Visconde do Rio Branco, 210 – centro – Taubaté, telefone (12) 3622-4005, e-mail: cep.unitau@unitau.br.

Autorizo a utilização da imagens: (   ) Com tarja preta sobre os olhos (   ) Sem tarja preta sobre os olhos

LAGOINHA - SP, 19 de julho de 2024.

____

MARISTELA SANTOS AGUIAR DE SOUZA
Pesquisadora responsável pelo projeto

____________________ ______________________________

Participante da Pesquisa   Responsável Legal (Caso o sujeito seja menor de idade)

ANEXO D - Termo de Compromisso do Pesquisador Responsável

Eu Maristela Santos Aguiar de Souza, pesquisadora responsável pelo projeto de pesquisa intitulado: INTEGRAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA E TRABALHO EM GRUPO: Uma abordagem equitativa para a aprendizagem de funções no ensino médio, comprometo-me dar início a este projeto somente após a aprovação do Sistema CEP/CONEP (em atendimento ao Artigo 28 parágrafo I da Resolução Resolução 510/16).

Em relação à coleta de dados, eu pesquisadora responsável, asseguro que o caráter de anonimato dos participantes desta pesquisa será mantido e que as suas identidades serão protegidas.

Os questionários e/ou outros documentos não serão identificados pelo nome. Manterei um registro de inclusão dos participantes de maneira sigilosa, contendo códigos, nomes e endereços para uso próprio. Os Termos assinados pelos participantes serão mantidos em confiabilidade estrita, juntos em um único arquivo, físico ou digital, sob minha guarda e responsabilidade por um período mínimo de 05 anos.

Asseguro que os participantes desta pesquisa receberão uma cópia do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE); Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE, 11 a 17 anos) e Termo de Autorização de Uso de Imagem. Comprometo-me apresentar o relatório final da pesquisa, e os resultados obtidos, quando do seu término ao Comitê de Ética - CEP/UNITAU, via Plataforma Brasil como notificação. O sistema CEP-CONEP poderá solicitar documentos adicionais referentes ao desenvolvimento do projeto a qualquer momento.

Estou ciente que de acordo com a Norma Operacional 001/2013 MS/CNS 2.2 item E, se o Parecer for de pendência, terei o prazo de 30 (trinta) dias, contados a partir da emissão na Plataforma Brasil, para atendê-la. Decorrido este prazo, o CEP terá 30 (trinta) dias para emitir o parecer final, aprovando ou reprovando o protocolo.

LAGOINHA - SP, 03 de Julho de 2024.

MARISTELA SANTOS AGUIAR DE SOUZA

Pesquisadora responsável pelo projeto

ANEXO E – Termo de Anuência de Instituição

SÃO PAULO
GOVERNO DO ESTADO
Secretaria da Educação

DIRETORIA DE ENSINO – REGIÃO DE TAUBATÉ
PRAÇA OITO DE MAIO, 28 CENTRO TAUBATÉ – SP CEP 12020-260
Telefone: (12) 3625-0710 detau@educacao.sp.gov.br

TERMO DE ANUÊNCIA DE INSTITUIÇÃO

Eu Lidiane da Silva César Gonçalves, na qualidade de responsável pela Diretoria de Ensino – Região de Taubaté, autorizo a realização da pesquisa intitulada "INTEGRAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA E TRABALHO EM GRUPO: Uma abordagem equitativa para a aprendizagem de funções no ensino médio", a ser conduzida sob a responsabilidade do(a) pesquisador(a) **Maristela Santos Aguiar de Souza**, sob orientação da Profa. Dra. Kátia Celina da Silva Richetto e coorientação do Prof. Dr. Willian José Ferreira, com o objetivo de investigar como a integração da modelagem matemática e do trabalho em grupo pode ser incorporada nas atividades sobre funções desenvolvidas no ensino médio, com o objetivo de aprimorar a compreensão dos alunos e desenvolver suas habilidades de resolução de problemas e pensamento crítico, promovendo equidade e inclusão em sala de aula.

Declaro ciência de que esta instituição é coparticipante do presente projeto de pesquisa e que apresenta infraestrutura necessária para a realização do referido estudo, que se dará em uma das salas de aula do espaço da "E. E. Padre Chico".

Assumimos o compromisso de apoiar o desenvolvimento da referida pesquisa a ser realizada nessa instituição, no período de 01/08/2024 a 31/03/2025.

Esta autorização está condicionada ao cumprimento do(a) pesquisador(a) quanto a legislação pertinente e resoluções da Pasta da Educação, assim como os requisitos da Resolução CNS nº 510/16 e suas complementares, comprometendo-se o/a mesmo/a a utilizar os dados pessoais dos participantes da pesquisa, exclusivamente para os fins científicos, mantendo o sigilo e garantindo a não utilização das informações em prejuízo das pessoas e/ou das comunidades.

A eventual participação de alunos menores de idade em qualquer pesquisa está condicionada à representação ou assistência de seus representantes legais e ainda, desde que todos (aluno e representante legal) assim o desejem e mediante a prévia ciência de todos os seus termos, inclusive das perguntas a serem respondidas e da ausência de ônus financeiro aos entrevistados, em conformidade com o art. 14 da Lei 13.709/1, Lei Geral de Proteção de Dados, e à observância quanto aos seus princípios gerais e da garantia dos direitos do titular, especialmente quanto aos artigos art. 7º inciso: I e art. 8º.

DIRETORIA DE ENSINO – REGIÃO DE TAUBATÉ
PRAÇA OITO DE MAIO, 28 CENTRO TAUBATÉ – SP CEP 12020-260
Telefone: (12) 3625-0710 detau@educacao.sp.gov.br

É necessário o atendimento ao contido na Resolução SE 61, de 9-11-2018, que estabelece critérios e procedimentos para a divulgação de dados públicos e pessoais pela Secretaria da Educação, quanto a: I- Observância quanto à segurança das informações assim como o sigilo no que diz respeito à identificação do participante; II- Que o uso das informações obtidas sejam utilizadas de tal forma a cumprir o objetivo e a finalidade específica requerida, garantido, assim sua adequada utilização, evitando que sejam utilizadas para fins diversos daqueles pretendidos; III- A elaboração pelo pesquisador, no caso de manipulação de informações pessoais, de um Termo de Consentimento, permanecendo o direito de o participante retirar o seu consentimento a qualquer tempo e sobre a não divulgação de dados pessoais que possam levar à sua identificação. IV- Que a participação de alunos menores de idade está condicionada à representação ou assistência de seus representantes legais e ainda, desde que todos (aluno e representante legal) assim o desejem e mediante a prévia ciência de todos os seus termos, inclusive das perguntas a serem respondidas e da ausência de ônus financeiro aos entrevistados. V- Vedação à coleta de dados pessoais sensíveis, salvo se expressamente autorizadas pelo educando ou seu responsável. Da mesma forma, deve-se atentar para a Lei nº 12.5127/11 (Lei de Acesso à Informação) em seu Art. 31, § 1º, § 2º, e § 3º.

Nesses termos, o direito fundamental à intimidade, vida privada, honra ou imagem das pessoas devem ser sempre preservados. Assim, eventual consentimento não envolve permissão para divulgação de dados que violem tais direitos nem para a prática de atitudes desonrosas, vexatórias ou degradantes em relação a nenhum participante.

Por fim, uma eventual visita à escola, para o propósito requerido, demanda prévio agendamento e anuência do respectivo Diretor de Escola, de modo que não se prejudiquem os trabalhos pedagógicos e administrativos da Unidade Escolar.

Esta declaração é válida apenas no caso de haver parecer favorável do Comitê de Ética da Universidade de Taubaté - CEP/UNITAU para a referida pesquisa.

Taubaté, 28 de junho de 2024.

Udiane da Silva Cesar Gonçalves
RG: 28.683.541-2
Dirigente Regional de Ensino

ANEXO F – Folha de Rosto da Plataforma Brasil

MINISTÉRIO DA SAÚDE - Conselho Nacional de Saúde - Comissão Nacional de Ética em Pesquisa - CONEP

FOLHA DE ROSTO PARA PESQUISA ENVOLVENDO SERES HUMANOS

1. Projeto de Pesquisa: INTEGRAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA E TRABALHO EM GRUPO: Uma abordagem equitativa para a aprendizagem de funções no ensino médio			
2. Número de Participantes da Pesquisa: 29			
3. Área Temática:			
4. Área do Conhecimento: Grande Área 6. Ciências Sociais Aplicadas			
PESQUISADOR			
5. Nome: MARISTELA SANTOS AGUIAR DE SOUZA			
6. CPF: 312.478.998-96	7. Endereço (Rua, n.º): Rua: Ariosto Alves dos Santos,120 CENTRO Casa LAGOINHA SAO PAULO 12130000		
8. Nacionalidade: BRASILEIRO	9. Telefone: 129976964 80	10. Outro Telefone:	11. Email: maristelaaguiar@prof.educacao.sp.g ov.br

Termo de Compromisso: Declaro que conheço e cumprirei os requisitos da Resolução CNS 466/12 e suas complementares. Comprometo-me a utilizar os materiais e dados coletados exclusivamente para os fins previstos no protocolo e a publicar os resultados sejam eles favoráveis ou não. Aceito as responsabilidades pela condução científica do projeto acima. Tenho ciência que essa folha será anexada ao projeto devidamente assinada por todos os responsáveis e fará parte integrante da documentação do mesmo.

Data: 18 / 07 / 2024

Assinatura

INSTITUIÇÃO PROPONENTE

12. Nome: Universidade de Taubaté	13. CNPJ: 45.176.153/0001-22	14. Unidade/Órgão:
15. Telefone: (12) 3635- 1233	16. Outro Telefone:	

Termo de Compromisso (do responsável pela instituição): Declaro que conheço e cumprirei os requisitos da Resolução CNS 466/12 e suas Complementares e como esta instituição tem condições para o desenvolvimento deste projeto, autorizo sua execução.

Responsável: Juliana Marcondes Bussolotti CPF: 057.577.578-50

Cargo/Função: Coordenadora do Mestrado em Educação

Documento assinado digitalmente
gov.br JULIANA MARCONDES BUSSOLOTTI
Data: 18/07/2024 08:56:05-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Data: 16 / 07 / 2024

Assinatura

PATROCINADOR PRINCIPAL

Não se aplica.

ANEXO G – Parecer de Aprovação da Plataforma Brasil

UNITAU - UNIVERSIDADE DE TAUBATÉ

PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: INTEGRAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA E TRABALHO EM GRUPO: Uma abordagem equitativa para a aprendizagem de funções no ensino médio

Pesquisador: MARISTELA SANTOS AGUIAR DE SOUZA

Área Temática:

Versão: 1

CAAE: 81810024.9.0000.5501

Instituição Proponente: Universidade de Taubaté

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 7.005.166

Apresentação do Projeto:

Este Projeto de pesquisa propõe a investigação e a implementação de práticas pedagógicas equitativas por meio da modelagem matemática de funções, associada ao trabalho em grupo no Ensino Médio. Este trabalho está inserido na área de concentração "Formação Docente para a Educação Básica" do Mestrado Profissional em Educação (MPE) da Universidade de Taubaté (UNITAU), sob a linha de pesquisa "Práticas Pedagógicas para Equidade.

Objetivo da Pesquisa:

Objetivo Primário:

Investigar como a integração da modelagem matemática e do trabalho em grupo pode ser incorporada nas atividades sobre funções desenvolvidas no ensino médio, com a intenção de aprimorar a compreensão dos alunos e desenvolver suas habilidades de resolução de problemas e pensamento crítico, promovendo equidade e inclusão em sala de aula.

Objetivo Secundário:

- Desenvolver e aplicar um conjunto de atividades de modelagem matemática de funções para o Ensino Médio, explorando estratégias eficazes e avaliando os benefícios do trabalho em grupo na aprendizagem dessas funções, garantindo que sejam adequadas para alunos com diferentes níveis de habilidade em matemática.- Analisar, por meio da pesquisa da própria prática, a incorporação da modelagem matemática no ensino médio, identificando desafios e propondo soluções para efetivar essa abordagem nas aulas de matemática.- Investigar como o trabalho em grupo pode melhorar a aprendizagem colaborativa e a compreensão de funções matemáticas promovendo um melhor engajamento os estudantes.- Elaborar um E-book com as atividades e estratégias desenvolvidas no período, para que possa ser utilizado por outros educadores, incluindo orientações e reflexões sobre a aplicação e os resultados das atividades.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Esta pesquisa apresenta riscos mínimos, tais como o desconforto dos participantes em realizar a proposta, além da insegurança em assumir funções no grupo durante o desenvolvimento das atividades, situações que serão prontamente respeitadas. A pesquisadora estará atenta a quaisquer sinais de comportamentos negativos entre os adolescentes e, se necessário, interromperá o desenvolvimento das atividades, notificando a equipe gestora da escola e as famílias dos adolescentes envolvidos. Todo o processo será conduzido em conformidade com a Lei n° 8.069 de 13 de julho de 1990, que dispõe sobre o Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA). Para prevenir possíveis riscos, serão garantidos os direitos de anonimato dos participantes, o direito de abandonar a pesquisa a qualquer momento, de se abster de responder a qualquer pergunta e de solicitar que os dados fornecidos não sejam utilizados. Caso ocorra algum dano ao participante, este será encaminhado ao serviço público de saúde mais próximo, especialmente em casos de abalos emocionais. Ainda, em caso de desconforto físico ou psíquico, os participantes terão assegurada assistência e acompanhamento, mesmo que posteriores ao encerramento ou interrupção da pesquisa, oferecidos pela pesquisadora responsável, por meio de
especialistas. Além disso, o menor tem assegurado o direito a ressarcimento ou indenização no caso de quaisquer danos eventualmente produzidos pela pesquisa, de responsabilidade do pesquisador responsável. Os procedimentos utilizados nesta pesquisa obedecem aos Critérios da ética na Pesquisa com Seres Humanos conforme a Resolução nº 510/16 do Conselho Nacional de Saúde.

Benefícios:

Os participantes terão como benefícios um melhor desenvolvimento nas habilidades matemáticas e socioemocionais, favorecida pelo trabalho em grupo, um empoderamento em relação à aprendizagem matemática e a resolução de problemas.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

A pesquisa adota uma abordagem qualitativa com o propósito de aprimorar a qualidade do

Endereço: Rua Visconde do Rio Branco, 210
Bairro: Centro **CEP:** 12.020-040
UF: SP **Município:** TAUBATE
Telefone: (12)3622-4005 **Fax:** (12)3635-1233 **E-mail:** cep.unitau@unitau.br

UNITAU - UNIVERSIDADE DE TAUBATÉ

ensino e promover a reflexão da prática docente em relação aos estudantes. A abordagem qualitativa e as estratégias adotadas visam aprofundar nosso entendimento das experiências dos alunos, da prática docente e do impacto das atividades em grupo na promoção da equidade na sala de aula. Esse tipo de pesquisa é mais abrangente, ela prioriza a qualidade das ações desenvolvidas, permite uma compreensão aprofundada e geral de um fenômeno, explorando as experiências, perspectivas e contextos dos participantes.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Os termos de apresentação obrigatoria se encontram dentro dos requisitos exigidos.

Recomendações:

Não requer recomendações.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

O projeto de pesquisa se encontra dento dos requisitos exigidos e não apresenta lista de inadequações.

Considerações Finais a critério do CEP:

O Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade de Taubaté, em reunião realizada no dia 09/08/2024, e no uso das competências definidas na Resolução CNS/MS 510/16, considerou o Projeto de Pesquisa: APROVADO.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_2377691.pdf	20/07/2024 19:33:09		Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	Projeto_Maristela_Santos_Aguiar_de__Souza.pdf	20/07/2024 19:32:31	MARISTELA SANTOS AGUIAR DE SOUZA	Aceito
Outros	Termo_de_assentimento_livre_esclarecido.pdf	20/07/2024 19:31:38	MARISTELA SANTOS AGUIAR DE SOUZA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	Termo_de_concentimento_livre_esclarecido.pdf	20/07/2024 19:30:57	MARISTELA SANTOS AGUIAR DE SOUZA	Aceito
Orçamento	Orcamento.docx	19/07/2024 23:45:32	MARISTELA SANTOS AGUIAR DE SOUZA	Aceito
Outros	Roteiro_para_os_encontros.docx	19/07/2024	MARISTELA	Aceito

Outros	Roteiro_para_os_encontros.docx	23:42:15	SANTOS AGUIAR DE SOUZA	Aceito
Outros	Roteiro_para_o_diario_de_campo.docx	19/07/2024 23:37:21	MARISTELA SANTOS AGUIAR DE SOUZA	Aceito
Outros	Autoavaliacao_por_rubrica.docx	19/07/2024 23:28:57	MARISTELA SANTOS AGUIAR DE SOUZA	Aceito
Outros	Questionario_de_saida.docx	19/07/2024 23:23:39	MARISTELA SANTOS AGUIAR DE SOUZA	Aceito
Outros	Questionario_de_Entrada.docx	19/07/2024 23:08:33	MARISTELA SANTOS AGUIAR DE SOUZA	Aceito
Outros	Termo_de_autorizacao_de_uso_da_imagem.pdf	19/07/2024 22:58:28	MARISTELA SANTOS AGUIAR DE SOUZA	Aceito
Folha de Rosto	Folha_de_Rosto_Maristela.pdf	19/07/2024 22:03:18	MARISTELA SANTOS AGUIAR DE SOUZA	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	Termo_de_Anuencia.pdf	19/07/2024 21:57:51	MARISTELA SANTOS AGUIAR DE SOUZA	Aceito
Cronograma	Cronograma.docx	19/07/2024 21:53:30	MARISTELA SANTOS AGUIAR DE SOUZA	Aceito
Declaração de Pesquisadores	Termo_de_compromisso_do_pesquisador.pdf	04/07/2024 16:00:03	MARISTELA SANTOS AGUIAR DE SOUZA	Aceito

Situação do Parecer:
Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:
Não

TAUBATE, 13 de Agosto de 2024

Assinado por:
Wendry Maria Paixão Pereira
(Coordenador(a))

Endereço: Rua Visconde do Rio Branco, 210
Bairro: Centro **CEP:** 12.020-040
UF: SP **Município:** TAUBATE
Telefone: (12)3622-4005 **Fax:** (12)3635-1233 **E-mail:** cep.unitau@unitau.br